大地电磁三维反演方法综述

胡祖志[1]， 胡祥云[1,2]

(1. 中国地质大学地球物理与空间信息学院，武汉 430074；2. 中国科学院地质与地球物理研究所，北京 100029)

摘 要 大地电磁测深(MT)资料的三维正、反演问题，已成为国际地球内部电磁感应领域研究的前沿课题. 文中从算法思想方面简要地介绍了当前国内外 MT 三维反演的几种主要方法，探讨了今后 MT 三维反演研究的方向.

关键词 大地电磁，三维反演，拟线性近似，共轭梯度，快速松弛，贝叶斯统计，人工神经网络

中图分类号 P631 **文献标识码** A **文章编号** 1004-2903(2005)01-0214-07

Review of three dimensional magnetotelluric inversion methods

HU Zu-zhi[1]， HU Xiang-yun[1,2]

(1. *Institute of Geophysics & Geomatics China University of Geosciences*, *Wuhan* 430074, *China*;
2. *Institute of Geology and Geophysics*, *Chinese Academy of Sciences* , *Beijing* 100029 , *China*)

Abstract The forward and inverse of three dimensional magnetotelluric problems have become the issue in the field of International Earth's Interior EM Induction. Several main methods of three dimensional magnetotelluric inversion are briefly analyzed through the ideas of each algorithm in this paper. Then the directions of further research of 3-D MT inversion are discussed.

Keywords magnetotelluric, three dimensional inversion, quasi-linear approximation, conjugate gradient, rapid relaxation, bayesian statistics, artificial neural network

0 引 言

目前，大地电磁测深(MT)资料的三维正、反演问题，已成为国际地球内部电磁感应领域研究的前沿课题[1]. 国外从 20 世纪 70 年代中期，就有关于三维电磁正演模拟的研究[2]. 随着有限差分法[3～5]、有限元法[6～9]、积分方程法[10～12]、边界元法[13,14]等应用，MT 二维、三维模拟和反演都取得了长足的发展. 近年来，随着计算机内存和速度的倍增，在三维正演方面的研究已趋于成熟，交错网格有限差分法成为主导的计算方法；随着三维正演的发展，MT 的三维反演研究也日趋升温，反演方法众多，主要有共轭梯度法极大似然反演[15]、非线性共轭梯度反演[16]、拟线性近似反演[17]、快速松弛反演[18]、贝叶斯统计反演[19]和人工神经网络反演[20]等，以下简述各种方法的基本原理，再进一步探讨三维 MT 反演的研究方向.

1 大地电磁三维反演方法

1.1 共轭梯度极大似然反演

Mackie 和 Madden[21]于 1989 年提出了使用共轭梯度松弛法进行大地电磁三维反演. 这种方法可以避免偏灵敏度矩阵的计算. 用松弛法，仅仅只需计算灵敏度矩阵的结果或者它的转置乘以一个任意向量，相对于用直接法计算灵敏度矩阵来说，有效地减少了三维反演所需的时间.

在求解反演问题时，一般方法是在模型空间中的某一点对模型响应进行 Taylor 展开，再对模型的变化进行求解，如非线性最小二乘法，但是 Mackie 等人使用极大似然反演. 极大似然反演是极小化拟和观测数据和相邻的先验模型的联合概率，可以通过灵敏度矩阵获得解. 极大似然反演公式如下

$$(\boldsymbol{A}_k^H\boldsymbol{R}_{dd}^{-1}\boldsymbol{A}_k+\boldsymbol{R}_{mm}^{-1})\Delta\boldsymbol{m}_k=\boldsymbol{A}_k^H\boldsymbol{R}_{dd}^{-1}[\boldsymbol{d}-\boldsymbol{g}(\boldsymbol{m}_k)]+\boldsymbol{R}_{mm}^{-1}(\boldsymbol{m}_0-\boldsymbol{m}_k)\ , \quad (1)$$

收稿日期 2004-07-10； **修回日期** 2004-08-20.

作者简介 胡祖志，男，1981 年生，汉族，安徽安庆人，中国地质大学 2002 级硕士研究生，地球探测与信息技术专业，研究方向为大地电磁正、反演. (E-mail: huzuzhi@2002.cug.edu.cn)

它极小化模型响应与观测数据之间不同的方差权重之和. 其中，$\boldsymbol{A}$ 是灵敏度矩阵，$\boldsymbol{d}$ 为观测数据向量，$\boldsymbol{m}$ 为模型向量，$\boldsymbol{g}$ 是把模型 $\boldsymbol{m}$ 映射到数据空间的算子，$\boldsymbol{R}_{dd}$ 是数据方差矩阵，$\boldsymbol{R}_{mm}$ 是模型方差矩阵，$\boldsymbol{m}_0$ 是初始模型，$\Delta\boldsymbol{m}$ 为当前迭代的模型改变量. 灵敏度矩阵描述了由模型参数扰动引起的数据扰动，上标 $\boldsymbol{H}$ 代表 Hermitian 转置. 因为反演问题是非线性的，$\Delta\boldsymbol{m}$ 仅仅描述的是局部改变，所以必须对反演进行迭代，每次更新模型. 在第 $k+1$ 次的模型为

$$\boldsymbol{m}_{k+1}=\boldsymbol{m}_k+\Delta\boldsymbol{m}.$$

通常我们不知道 $\boldsymbol{g}$，但是可以通过正演模拟计算出 $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{m})$ 的模型响应. 对于(1)式，Mackie 等人采取共轭梯度方法求解，其具体算法在很多文献都有提及，不再赘述.

共轭梯度算法避免了两次复杂的计算：正演模拟算子雅可比矩阵的计算和在模型空间中线性系统的所有解. Mackie 等人对一个简单的三维模型数据进行反演，证明了他们的方法在这种情况下是可行的. 但是，共轭梯度反演法计算量还是很大，计算速度不是很快，没有见到有关用此方法进行实际三维资料处理的报道，没有达到真正的实用化阶段. 尽管如此，共轭梯度法仍以其良好的稳定性和内存需求不高的特点，赢得了很多学者的关注，如 Spitzer[22] 研究了利用共轭梯度法进行电阻率法的三维正演问题；Zhang 等人[23]、吴小平和徐果明[24]分别研究了利用共轭梯度法进行电阻率法的三维反演问题；Rodi 和 Mackie[25]在共轭梯度法的基础上又提出非线性共轭梯度(NLCG)法大地电磁二维反演，取得显著效果，而 Newman 和 Alumbaugh 则使用非线性共轭梯度法解决三维大地电磁反演问题.

1.2　非线性共轭梯度反演

Newman 和 Alumbaugh 用有限差分法计算预测的数据和目标泛函梯度，他们提出的 NLCG 三维反演方法在一次迭代更新模型时每个频率只需六次正演模拟，通过用一个简单的线性搜索程序来代替沿目标泛函一给定的下降方向精确地求它极小值，这大大地减少了在目标泛函中调用的时间. 另外，通过结合预处理方法加速解的收敛. 对于目标泛函，Newman 和 Alumbaugh 还是采取正则化最小二乘法. 所有的最小二乘的求解都是通过极小化观测数据与预测数据之差，并经常加一限制条件，使得反演过程稳定化. 把求解区域分成个单元，并给每个单元分配一未知的电导率值，假设磁导率 μ 为常量，等于自由空间的值. $\boldsymbol{m}$ 是长度为 M、表征电导率的向量，目标泛函写为下面形式

$$\varphi=\sum_{n=1}^{2N}\left[\left(Z_n^{obs}-Z_n\right)/\varepsilon_n\right]^2+\lambda\boldsymbol{m}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{m}\ ,\tag{2}$$

把 Z_n^{obs} 和 Z_n 分成它们的实部和虚部，前 N 个数据点之和是阻抗的实部，后 N 个数据点之和是阻抗的虚部. $\boldsymbol{W}$ 是控制模型平滑度的正则化矩阵，包含一拉普拉斯算子的有限差分近似. 正则化参数 λ 用来控制平滑的程度. 大的 λ 值产生更平滑的模型，但通常模型不拟和数据. 他们的做法是在反演中固定几个 λ 值，在观测误差范围内选择合适的拟和数据的模型. 尽管他们用非线性共轭梯度法极小化目标泛函时，λ 在迭代过程中不应该变化，但是 deGroot-Hedlin 等人[26]曾指出，线性地更新模型时，λ 在迭代过程中是可以改变的，这对反演的结果影响很小. 在小尺度反演问题中，可以通过在参数空间中进行搜索确定方程(2)的全局极小. 对大尺度问题，这是不可行的. 所以，Newmann 等人选取非线性共轭梯度法解决. NLCG 的算法流程如下：

(1) $i=1$，选择初始模型 $\boldsymbol{m}_i$，计算
$\boldsymbol{r}_i=-\nabla\varphi(\boldsymbol{m}_i)$；

(2)令　$\boldsymbol{u}_i=\boldsymbol{M}_i^{-1}\boldsymbol{r}_i$；

(3)极小化 $\varphi(\boldsymbol{m}_i+\alpha_i\boldsymbol{u}_i)$，求出 α_i；

(4)令 $\boldsymbol{m}_{i+1}=\boldsymbol{m}_i+\alpha_i\boldsymbol{u}_i$，$\boldsymbol{r}_{i+1}=-\nabla\varphi(\boldsymbol{m}_{i+1})$；

(5)当 $|\boldsymbol{r}_{i+1}|$ 足够小时停止，否则到(6)；

(6)令
$\beta_{i+1}=(\boldsymbol{r}_{i+1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{i+1}^{-1}\boldsymbol{r}_{i+1}-\boldsymbol{r}_{i+1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_i^{-1}\boldsymbol{r}_i)/(\boldsymbol{r}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_i^{-1}\boldsymbol{r}_i)$；

(7) $\boldsymbol{u}_{i+1}=\boldsymbol{M}_{i+1}^{-1}\boldsymbol{r}_{i+1}+\beta_{i+1}\boldsymbol{u}_i$；

(8) $i=i+1$，跳到第(3)步.

对所有的下标 i 定义 $\boldsymbol{M}_i^{-1}$ 和 $\boldsymbol{M}_{i+1}^{-1}$ 为单位矩阵.

Newmann 等人从理论上简单地比较了 Mackie 和 Madden 的共轭梯度法与 NLCG 法，指出尽管在线性松弛次数很少的时候，共轭梯度法是明显优于 NLCG 方法，在目标泛函(2)式为二次形式时，也没有必要使用 NLCG 法，但是实际中目标泛函(2)式为非二次形式并且在线性松弛次数都很多，所以 NLCG 比共轭梯度法优越. 他们使用 NLCG 三维反演方法在串行机和并行机上对合成模型数据进行反演，也说明了它是有效的，但还未见到应用该方法对实际三维资料进行处理的报道.

1.3　拟线性近似反演

Zhdanov 等人最近发展了一种新的方法去解决电磁三维反演问题，它是基于正演模拟算子的拟线性近似，形成一个关于修正的电导率张量的线性方程，改正的电导率张量与反射率张量和复杂的异常

体电导率成正比，利用正则化共轭梯度法解线性方程. 在确定修正的电导率张量之后，使用电性反射率张量去计算异常体电导率. 这样，反演方案把初始的非线性问题简化为线性反演问题.

认为三维地电模型背景电导率为 σ_b，局部不均匀体 D 有一任意变化的电导率 $\sigma=\sigma_b+\Delta\sigma$. 模型在一任意场源产生的电磁场下激发. 考虑准静态场的模型，模型中的电磁场可以表示为背景场和异常场之和

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}^b+\boldsymbol{E}^a,\qquad \boldsymbol{H}=\boldsymbol{H}^b+\boldsymbol{H}^a. \tag{3}$$

此处由背景的电导率分布 σ_b 产生的场为背景场 $\boldsymbol{E}^b$，由异常体电导率分布 $\Delta\sigma$ 产生的场 $\boldsymbol{E}^a$ 为异常场. 频率域的异常场可用对不均匀域 D 中剩余电流的积分表示

$$\boldsymbol{F}^a(\boldsymbol{r}_j)=\iiint_D \hat{\boldsymbol{G}}^F(\boldsymbol{r}_j\mid\boldsymbol{r})\Delta\sigma(\boldsymbol{r})\left[\boldsymbol{E}^b(\boldsymbol{r})+\boldsymbol{E}^a(\boldsymbol{r})\right]\mathrm{d}v\ , \tag{4}$$

$\boldsymbol{F}^a$ 代表在地表观测的 $\boldsymbol{E}^a$ 或者 $\boldsymbol{H}^a$ 值，$\hat{\boldsymbol{G}}^F(\boldsymbol{r}_j|\boldsymbol{r})$ 代表由背景电导率为 σ_b 的无限大导电介质定义的电和磁的格林张量. 应用拟线性近似

$$\boldsymbol{E}^a(\boldsymbol{r})\approx\hat{\lambda}(\boldsymbol{r})\boldsymbol{E}^b(\boldsymbol{r})\ , \tag{5}$$

代入到(4)中

$$\boldsymbol{F}^a(\boldsymbol{r}_j)=\iiint_D \hat{\boldsymbol{G}}^F(\boldsymbol{r}_j\mid\boldsymbol{r})\Delta\sigma(\boldsymbol{r})\left[\hat{\boldsymbol{I}}+\hat{\lambda}(\boldsymbol{r})\right]\boldsymbol{E}^b(\boldsymbol{r})\mathrm{d}v\ , \tag{6}$$

此处 $\hat{\lambda}$ 是电性反射张量，$\hat{\boldsymbol{I}}$ 是单位张量. 引入新的张量范函

$$\hat{\boldsymbol{m}}(\boldsymbol{r})=\Delta\sigma(\boldsymbol{r})\left[\hat{\boldsymbol{I}}+\hat{\lambda}(\boldsymbol{r})\right]\ , \tag{7}$$

称为修正物性张量. (6)式变为

$$\boldsymbol{F}^a(\boldsymbol{r}_j)=\iiint_D \hat{\boldsymbol{G}}^F(\boldsymbol{r}_j\mid\boldsymbol{r})\hat{\boldsymbol{m}}(\boldsymbol{r})\boldsymbol{E}^b(\boldsymbol{r})\mathrm{d}v=\boldsymbol{G}^F(\hat{\boldsymbol{m}})\ , \tag{8}$$

$\boldsymbol{G}^F$ 是相应的格林线性算子. 应用正则化共轭梯度法确定修正物性张量. 反射张量 $\hat{\boldsymbol{\lambda}}$ 可以由下面线性方程确定，只要知道 $\hat{\boldsymbol{m}}$

$$\boldsymbol{E}^a(\boldsymbol{r}_j)=\iiint_D \hat{\boldsymbol{G}}^E(\boldsymbol{r}_j\mid\boldsymbol{r})\hat{\boldsymbol{m}}(\boldsymbol{r})\boldsymbol{E}^b(\boldsymbol{r})\mathrm{d}v\approx\hat{\boldsymbol{\lambda}}\boldsymbol{E}^b(\boldsymbol{r}_j)\ , \tag{9}$$

在确定 $\hat{\boldsymbol{m}}$ 和 $\hat{\boldsymbol{\lambda}}$ 之后，就可以由(7)式计算异常体电导率分布 $\Delta\sigma$.

这种反演方法把最初的非线性反演问题简化为三个线性反演问题：第一个是(拟 Born 反演)关于参数 $\hat{\boldsymbol{m}}$，另一个是关于参数 $\hat{\boldsymbol{\lambda}}$，第三个是(拟 Born 反演结果的改正)关于 $\Delta\sigma$. 式(8)可写为

$$\boldsymbol{F}=\boldsymbol{G}^F\boldsymbol{m}\ , \tag{10}$$

这里 $\boldsymbol{m}$ 为修正电导率张量 $\hat{\boldsymbol{m}}$ 的列向量，$\boldsymbol{F}$ 是数据的列向量，矩阵 $\boldsymbol{G}^F$ 是由(8)式定义的线性格林算子矩阵. 同样，由(9)式，可得

$$\boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{E}^b=\boldsymbol{G}^E\boldsymbol{m}\ , \tag{11}$$

$\boldsymbol{\lambda}$ 是对角矩阵，$\boldsymbol{G}^E$ 是由(8)式定义的线性算子矩阵. (7)式写为

$$\boldsymbol{m}=\Delta\sigma[\boldsymbol{I}+\boldsymbol{\lambda}]\ , \tag{12}$$

反演问题简化为解线性方程(10)的 $\boldsymbol{m}$，再解线性方程(11)的，由(12)解出 $\Delta\sigma$.

相对于共轭梯度反演法来说，拟线性近似反演更具有应用的前景. Zhdanov 等人不仅给出了合成模型的三维反演结果，还对日本 Kayabe 地区的 MT 数据、美国新墨西哥州 Valles Caldera 地区的张量 CSAMT 数据进行反演，三维反演的结果表明，其包含的信息比二维反演的结果更丰富，并且反演的速度也比较快.

1.4 快速松弛反演

快速松弛反演法是 Smith 和 Booker[27] 提出的，最初是通过解一个与一维相近的反演问题来计算在每个测量位置下面的电阻率扰动，把大地电磁二维反演问题转化为一系列一维反演问题. 谭捍东等人[18]则在二维 RRI 反演算法的基础上，将二维反演的思想引入到三维反演中，推导出类似于二维快速计算的三维灵敏度矩阵

$$\delta d_{xy}(x_i,y_i)=\int\frac{2\sigma_0\left[\boldsymbol{E}_{x0}^{SY}(x_i,y_i,z)+\alpha(x_i,y_i,z)\boldsymbol{E}_{x0}^{SX}(x_i,y_i,z)\right]^2\delta(\ln(x_i,y_i,z))}{\left[\boldsymbol{E}_{x0}^{SY}(x_i,y_i,0)+\alpha(x_i,y_i,0)\boldsymbol{E}_{x0}^{SX}(x_i,y_i,0)\right]\left[\boldsymbol{H}_{y0}^{SY}(x_i,y_i,0)+\alpha(x_i,y_i,0)\boldsymbol{H}_{y0}^{SX}(x_i,y_i,0)\right]}\mathrm{d}z, \tag{13}$$

$$\delta d_{yx}(x_i,y_i)=\int\frac{-2\sigma_0\left[\boldsymbol{E}_{y0}^{SX}(x_i,y_i,z)+\beta(x_i,y_i,z)\boldsymbol{E}_{y0}^{SY}(x_i,y_i,z)\right]^2\delta(\ln(x_i,y_i,z))}{\left[\boldsymbol{E}_{y0}^{SX}(x_i,y_i,0)+\beta(x_i,y_i,0)\boldsymbol{E}_{y0}^{SY}(x_i,y_i,0)\right]\left[\boldsymbol{H}_{x0}^{SX}(x_i,y_i,0)+\beta(x_i,y_i,0)\boldsymbol{H}_{x0}^{SY}(x_i,y_i,0)\right]}\mathrm{d}z, \tag{14}$$

其中，

$$\alpha(x_i,y_i,z)=-\frac{\boldsymbol{H}_{x0}^{SY}(x_i,y_i,z)}{\boldsymbol{H}_{x0}^{SX}(x_i,y_i,z)},$$

$$\beta(x_i,y_i,z)=-\frac{\boldsymbol{H}_{y0}^{SX}(x_i,y_i,z)}{\boldsymbol{H}_{y0}^{SY}(x_i,y_i,z)},$$

$\boldsymbol{E}_{x0}^{SX}(x_i,y_i,z)$、$\boldsymbol{E}_{y0}^{SX}(x_i,y_i,z)$、$\boldsymbol{H}_{x0}^{SX}(x_i,y_i,z)$和

$H_{y0}^{SX}(x_i,y_i,z)$是电导率

$\sigma=\sigma_0$

时在源场 SX 作用下在水平平面内产生的电、磁场分量;$E_{x0}^{SY}(x_i,y_i,z)$、$E_{x0}^{SY}(x_i,y_i,z)$、$H_{x0}^{SY}(x_i,y_i,z)$和 $H_{y0}^{SY}(x_i,y_i,z)$是电导率

$\sigma=\sigma_0$

时在源场 SY 作用下在水平平面内产生的电、磁场分量. 定义目标泛函

$$Q(x_i,y_i)=\int_0^{z_{\max}}(z+z_0)^3\left[\frac{\partial^2 m(x_i,y_i,z)}{\partial z^2}+g_x(z)\left.\frac{\partial^2 m(x_i,y_i,z)}{\partial x^2}\right|_{x=x_i}+g_y(z)\left.\frac{\partial^2 m(x_i,y_i,z)}{\partial y^2}\right|_{y=y_i}\right]^2\mathrm{d}z\ . \quad (15)$$

其中,m 为模型参数,$g_x(z)$、$g_y(z)$分别为 x、y 方向的权函数. 通过类似于二维 RRI 反演中所用的最小构造快速松弛法进行反演,形成了在微机上实现的快速三维反演算法.

Mackie 等人的共轭梯度法反演在求解灵敏度矩阵时需要进行两次三维正演,而 RRI 只需单点反演;在求解模型修正量时,共轭梯度法反演求解大型线性方程,而 RRI 是求解小型线性方程. 由此可见,RRI 在计算速度上有极大的优势. 谭捍东等人也给出了对日本 Kayabe 地区的 MT 三维数据反演的结果,能够初步反映测区的电性结构. 在反演的速度上,对大体上相同的实际资料,尽管 Zhdanov 等人的反演时间只需 200 分钟,但是他们反演的网格很少,为 16×16×7,频点数为 7 个,谭捍东等人使用 34×34×47 的反演网格,频点数为 17 个,反演所用时间也仅为 9 小时. 这也说明 RRI 三维反演算法可以在普通的微机上对实测资料进行处理,具有一定的实用价值. 但是需要指出的是,RRI 还不要真正意义上的三维反演,它只是三维正演一维反演,这也是它为什么计算速度之快的原因.

1.5 贝叶斯统计反演

MT 数据的反演目标是通过不多的和含噪声的数据寻找研究区域的电阻率分布,这些数据在地表经常是不规则的. 这种病态问题,不论是用随机的或者是确定的方法去解,需要正则化或者使用约束条件. 存在性和非唯一性的问题随着三维模型未知数的增加就变得更严重,但是我们通常不能预先知道数据(位置个数和它们的点位,电磁场分量的测量,使用的频率,噪声等)和可用的先验信息会如何影响反演的结果,所以通常反演出来的结果很差. 为了提高反演结果的可靠性,一般要增加数据量或者减少参数,但这会导致拟和过剩. Spichak 等人[19]因此提出了贝叶斯反演大地电磁三维反演问题. 贝叶斯统计为大地电磁数据的三维反演提供了理论体系,有用信息放到搜索区域的电导率先验值的概率密度方程中,参数在后验电导率值中得到. 他们还采用了吉布斯检验的随机算法估计后验概率密度方程.

在 MT 反演中,地球的电导率模型可以被划分为两种区域:已知电导率值区域和需要由 MT 装置测量而确定的未知电导率值区域. 在第二种情形下,每个区域可以看作由均匀单元组成. 设 K 为单元域 $\{D_k,k=1,\cdots,K\}$ 的总数,其电导率 $\sigma=(\sigma_k,k=1,\cdots,K)$待定.

设 $\boldsymbol{E}(M_i,\omega_j,\sigma)$、$\boldsymbol{H}(M_i,\omega_j,\sigma)$分别为在给定的点$\{M_i;i=1,\cdots,I\}$处不同的频率$\{\omega_i;j=1,\cdots,J\}$下测得的电场和磁场. 设 y_{ij} 是一个已知泛函 $F(\boldsymbol{E},\boldsymbol{H})$ 测量获得的值. 假设

$$y_{ij}=F(\boldsymbol{E}(M_i,\omega_j,\sigma),\ \boldsymbol{H}(M_i,\omega_j,\sigma))+\varepsilon_{ij}\ , \quad (16)$$

此处$\{\varepsilon_{ij};i=1,\cdots,I;j=1,\cdots,J\}$是噪声函数,当作独立的自由变量,其概率密度函数(PDFs)为 p_{ij} 并且是零平均值.

在统计观点中,观测的数据和模型参数都是随机变量. Spichak 等人提出的贝叶斯分析确定电导率的后验 PDF

$$P(\sigma=a/Y=y)=\frac{f(y/a)q(a)}{\sum_{b\in A}f(y/b)q(b)}\ , \quad (17)$$

其中 $q(a)$是像 a 的先验概率,$f(y/a)$是变量 $y=(y_{ij},i=1,\cdots,I,j=1,\cdots J)$条件概率. 它是一个关于 $a=(a_k,k=1,\cdots,K)$的函数,可由下式直接计算,

$$f(y/a)=\prod_{i=1}^{I}\prod_{j=1}^{J}p_{ij}\{y_{ij}-F[\boldsymbol{E}(M_i,\omega_j,a),\boldsymbol{H}(M_i,\omega_j,a)]\}\ , \quad (18)$$

p_{ij}是噪声 ε_{ij} 概率密度. 如果概率密度 p_{ij} 是高斯零均差,协方差为$(\zeta_{ij})^2$,上面的公式可以写为

$$f(y/a)=Z\exp\left(-\sum_{i,j}\frac{y_{ij}-F[\boldsymbol{E}(M_i,\omega_j,a),\boldsymbol{H}(M_i,\omega_j,a)]}{2(\zeta_{ij})^2}\right), \quad (19)$$

此处 Z 是归一化常数. 如果 $A(k,c_j)$是一组电导率为 c_j 的像,在 D_k 单元第 k 个边缘后验概率 p_k 为

$$p_k(c_j)=P[\sigma\in A(k,c_j)/Y=y]=\frac{\sum_{a\in A(k,c_j)}f(y/a)q(a)}{\sum_{b\in A}f(y/b)q(b)}\ , \quad (20)$$

在上式中,存在一个问题:对所有可能的电导率像 b,分母需要对 $f(y/b)q(b)$ 计算 L^k 次,这是不现实的. 为了克服这种困难,Spichak 等人使用吉布斯检验的随机算法,它由内循环和外循环组成. 外循环扫描搜索区域的所有 K 个均匀单元. 内循环解决 L 个初始电导率值的正演问题. 设 $[\sigma_k^{(n)};k=1,\cdots,K]$ 为在外循环 n 次迭代之后搜索区域内均匀单元里的电导率. 如果单元 $k(n)$ 在第 $n+1$ 次扫描,电导率的更新仅仅通过随机地改变这个单元的电导率到新的值,遵循下面的概率

$$P(\sigma_{k(n)}^{(n+1)}) = c_j = \frac{f(y/a(\sigma^{(n)},k(n),c_j))q(a(\sigma^{(n)},k(n),c_j))}{\sum_{j=1}^{L} f(y/a(\sigma^{(n)},k(n),c_j))q(a(\sigma^{(n)},k(n),c_j))}, \tag{21}$$

其中 $a(\sigma,k,c_j)$ 表示在除了 D_k 的所有单元里像等于 σ,在 D_k 单元里等于 c_j. 式(21)需要计算 $f(y/a(\sigma^{(n)},k(n),c_j))q(a(\sigma^{(n)},k(n),c_j))L$ 次. 因而,每次外循环迭代的正演模拟的总数就是 $L\times K$.

像的序列 $[\sigma^{(n)},n\geqslant 0]$ 形成一个随机的过程,它在所有可能像中的有限空间里是一个马尔可夫链. 在第 n 次迭代的第 k 单元里的条件概率由下式计算

$$po_k^n(c_j) = \frac{f(y/a(\sigma^{(k+nk)},k,c_j))q(a(\sigma^{(k+nk)},k,c_j))}{\sum_{j=1}^{L} f(y/a(\sigma^{(k+nk)},k,c_j))q(a(\sigma^{(k+nk)},k,c_j))}. \tag{22}$$

可以证明后验 PDF 是这个马尔可夫链的不变量,在搜索区域的每个单元里,平均条件概率序列收敛于相应的边缘概率

$$p_k(c_j) = \lim_{N=\infty}\frac{1}{N+1}\sum p_k^n(c_j)\ . \tag{23}$$

这提供了一个估计在每个搜索区域的均匀单元的平均后验电导率

$$\sigma_k = \sum_{j=1}^{L} c_j po_k(c_j) \quad k=1,\cdots,K\ . \tag{24}$$

反演问题的解就简化为通过对一个均匀区域的初始值正演问题迭代解寻找一种后验的电导率分布.

贝叶斯方法在反演过程中可以灵活地加入先验信息,把非唯一性问题转换为估计后验不确定性的实际问题. Spichak 等人通过两个合成模型说明了贝叶斯方法在 PC486 上运行时间是可以接受的,但是他们的模型反演时划分的网格数很少,频点也不超过 5 个,如果在实际应用中,则可能需要很长的时间. 所以该方法还有很多需要改进的地方.

1.6 人工神经网络反演

上面提到的三维 MT 共轭梯度反演、非线性共轭梯度法、拟线性反演法、快速松弛反演法和贝叶斯统计反演方法都能够通过观测的数据和先验信息建立地下电导率分布模型. 然而除了使用不同的数学公式,这些方法都需要从其它的地质或者地球物理方法提前获取参量的有关信息. 它们在对于给定一个模型类的数据多重反演是无效的,因为它们不记得已经发现的反演"路径". 用这些方法反演含有很多噪声的数据会得出离准确值差得很远的结果. 所以,需要发展基础的新方法去克服或者是减少上面所提到的问题. Raiche[28] 曾论述了使用神经元(NN)的模式识别方法进行地球物理反演,细致地分析了 NN 在不同地球物理问题中的应用,指出 NN 在反演中具有广阔的前景. 基于此,Spichak 和 Popova[20] 研究了使用人工神经网络(ANN)方法解决三维地电反演问题. 他们探讨了基于三层神经元的误差反向传播(BP)方法特性,调整了 ANN 结构. 他们指出,如果数据符合 ANN 熟悉的模型类,基于 ANN 识别可以成功地用于反演.

用 ANN 去解释数据的方法已在很多科学领域中被证明是行之有效的[29-31]. 下面的特性使得 ANN 使用得非常成功:ANN 是解决非线性问题很有效的方法;ANN 可以从不完整的、含有很多噪声的数据中获得结果;ANN 允许解释和外推有用的数据;ANN 可以进行数据并行处理,大大的减少计算时间;ANN 重建所需的时间依靠未知参数空间的维数胜过依靠介质的物理维数,这使得 ANN 在解释三维地电构造中很有前途.

Spichak 和 Popova 指出,除了基于正演模拟的训练过程是现在所有已知的反演技术共同的特征,ANN 方法反演不同于其它方法在于训练和反演过程在实际上是分开的,这就可以使用多台电脑同时进行反演. 但是,ANN 的重构能力受它的"教育"水平限制:不同的地质构造模型越近似它,反演结果就越好. 同时,在其它频率范围和几何参数尺度满足有名的电动力学相似关系情况下,相同的数据库可以用来训练.

2 结 语

近年来,国内外发展的众多大地电磁三维反演方法,仍然在不断地发展阶段,还未真正的达到实用化. 因此应在以下方面加强研究.

2.1 加强反演方法速度研究

随着大地电磁法仪器的发展，网络型大地电磁系统的投入使用，资料采集的质量、效率、分辨率都有很大的提高，使得对反演解释速度及有效性的要求也要不断地提高，这有赖于对反演方法进一步研究．利用共轭梯度的大地电磁三维反演计算内存需求少，逐渐完善可适应于实际复杂结构的反演，而非线性共轭梯度反演方法更具潜力．在提高解释速度方面，大地电磁三维反演的并行化计算也是一个重要手段．

2.2　加强带地形条件下的大地电磁三维反演研究

目前还未见到相关文献的报道．实际地形影响不可避免，会对大地电磁反演结果的解释带来偏差[8,32,33]．只有将地形同时带入反演算法中，才能很好地消除地形影响和对反演结果的偏差[34]．因此，进行带地形的大地电磁三维快速反演研究具有重要的实际意义．

2.3　加强非线性大地电磁三维反演方法研究

近几年来，国内在大地电磁一维和二维的非线性反演方面研究得较多，徐义贤等人[35]曾把小波变换中的多尺度分析方法引入大地电磁一维反演中，取得很好的效果；师学明等人[36]则结合多尺度方法和遗传算法的优点，建立了多尺度逐次逼近遗传算法；杨辉等人[37]采用模拟退火法实现了带地形的大地电磁二维反演．在大地电磁三维非线性反演方面，不论国外还是国内都是处于起步阶段．

杨文采[38]曾指出，基于 Tarantola 的反演理论[39]的极大似然反演、贝叶斯统计反演在 20 世纪始终未能冲破通往实际的壁垒，因为我们不能肯定所有地球物理数据的误差都服从高斯分布，也不知道它们对应的后验概率密度函数将复杂到什么程度．当前非线性地球物理反演方法还处于研究发展阶段，可望在本世纪取得重大进展，并将大大拓展其应用范围．非线性最优化的遗传算法[40]、模拟退火法[41]、人工神经网络法被证明是很有前途的实用反演方法，可以有效地减少解的非唯一性，提高分辨率，增强反演的地质效果[42]．遗传算法和人工神经网络法还可充分利用向量计算机与计算机网络计算的优点，进行并行计算，为其在大地电磁三维反演中应用奠定了基础，这是今后大地电磁三维反演研究的重点．

参　考　文　献 (References)：

[1] 魏文博．我国大地电磁测深新进展及瞻望[J]．地球物理学进展，2002，17(2)：245～254．

[2] Hohmann G W. There-dimensional induced polarization and electromagnetic modeling[J]. Geophysics, 1975, 40(2): 309～324.

[3] Mackie R L, Smith J T, Madden T R. There-dimensional electromagnetic modeling using difference equations: The magnetotelluric example[J]. Radio Science, 1994, 29(4): 923～935.

[4] Smith J T. Conservative modeling of 3-D electromagnetic fields, Part I: Properties and error analysis[J]. Geophysics, 1996, 61(5): 1308～1318.

[5] Smith J T. Conservative modeling of 3-D electromagnetic fields, Part II: Biconjugate gradient solution and an accelerator [J]. Geophysics, 1996, 61(5): 1319～1324.

[6] Rodi W L. A technique for improve the accuracy of finite element solution for magnetotelluric data[J]. Geophy J R Astr Soc, 1976, 44: 483～506.

[7] 陈乐寿．有限元法在大地电磁正演计算中的应用及改进[J]．石油物探，1981，20(3)：84～98．

[8] Wannamaker P E, Stodt J A, Rijo L. Two-dimensional topographic responses in magnetotelluric modeled using finite elements[J]. Geophysics, 1986, 51(11): 2131～2144.

[9] Mitsuhata Y, Uchida T. 3D magnetotelluric modeling using the T-Ω finite-element method[J]. Geophysics, 2004, 69 (1): 108～119.

[10] Wannamaker P E, Hohmann G W, SanFilipo W A. Electromagnetic modeling of three-dimensional bodies in layered earths using integral equations[J]. Geophysics, 1984, 49(1): 60～74.

[11] Wannamaker P E. Advances in three-dimensional magnetotelluric modeling using integral equations[J]. Geophysics, 1991, 56(11): 1716～1728.

[12] Xiong Z. Electromagnetic modeling of three-dimensional structures by the method of system iteration using integral equations[J]. Geophysics, 1992, 57(12): 1556～1561.

[13] 徐世浙，王庆乙，王军．用边界单元法模拟二维地形对大地电磁场的影响[J]．地球物理学报，1992，35(3)：380～388．

[14] 徐世浙，阮百饶，周辉，等．大地电磁场三维地形影响的数值模拟[J]．中国科学(D辑)，1997，27(1)：15～20．

[15] Mackie R L, Madden T R. Three-dimensional magnetotelluric inversion using conjugate gradients[J]. Geophys J Int, 1993, 115: 215～229.

[16] Newman G A, Alumbaugh D L. Three-dimensional magnetotelluric inversion using non-linear conjugate gradients [J]. Geophys J Int, 2000, 140: 410～424.

[17] Zhdanov M S, Fang S, Hursan G. Electromagnetic inversion using quasi-linear approximation [J]. Geophysics, 2000, 65 (5): 1501～1513.

[18] 谭捍东，余钦范，Booker J，等．大地电磁三维快速松弛反演[J]．地球物理学报，2003，46(6)：850～855．

[19] Spichak V, Menville M, Roussignol M. Three-dimensional inversion of the magnetotelluric fields using Bayesian statistics[C]. In Proc. Schlumberger Doll Research Symp. on 3D

Electromagnetics, eds Spies B and Oristaglio M, USA,1995, 347～358.

[20] Spichak V and Popova. Artificial neural network inversion of magnetotelluric data in terms of three-deimensional earth macroparameters[J]. Geophys J Int, 2000, 142: 15～26.

[21] Madden T R, Mackie R L. There-dimensional magnetotelluric modeling and inversion[J]. Proc. IEEE,1989,77: 318～333.

[22] Spitzer K. A 3-D finite difference algorithm for DC resistivity modeling using conjugate gradient methods[J]. Geophys J Int, 1995, 123:903～914.

[23] Zhang J, Mackie R L, Madden T R. 3-D resistivity forward modeling and inversion using conjugate gradients[J]. Geophysics,1995,60(5):1313～1325.

[24] 吴小平,徐果明. 利用共轭梯度方法电阻率三维反演研究[J]. 地球物理学报,2000, 43(3) : 420～427.

[25] Rodi W L, Mackie R L. Nonlinear conjugate gradients algorithm for 2-D magnetotelluric inversion [J]. Geophysics, 2001,66(1):174～187.

[26] deGroot-Hedlin C, Constable S. Occam's inversion to generate smooth, two-dimensional models from magnetotelluric data[J]. Geophysics,1990, 55(12):1613～1624.

[27] Smith J T, Booker J R. Rapid inversion of two- and three- dimensional magnetotelluric data[J]. J Geophys Res, 1991,96: 3905～3922.

[28] Raiche A. A pattern recognition approach to geophysical inversion using neural nets[J]. Geophys J Int,1991, 105: 629～648.

[29] 刘延年,冯纯伯. 神经网络在控制领域中的应用[J]. 东南大学学报,1994,24(1):31～36.

[30] 徐迪,马大军,李元熹. 基于神经元网络的股票市场预测[J]. 系统工程,1997,15(6):30～35.

[31] 潘和平,刘国强. 应用BP神经网络预测煤质参数及含气量[J]. 地球科学—中国地质大学学报,1997,27(2):210～214.

[32] Chouteau M, Bouchard K. Two-dimensional terrain correction in magnetotelluric surveys[J]. Geophysics,1988, 53(6): 854～862.

[33] 徐世浙,李予国,刘斌. 大地电磁Hx型波的二维地形改正的方法与效果[J]. 地球物理学报,1997,40(6):842～846.

[34] 吴小平,汪彤彤. 电阻率三维反演方法研究进展[J]. 地球物理学进展,2002,17(1):156～162.

[35] 徐义贤,王家映. 大地电磁的多尺度反演[J]. 地球物理学报,1998,41(5):704～711.

[36] 师学明,王家映,张胜业,等. 多尺度逐次逼近遗传算法反演大地电磁资料[J]. 地球物理学报,2000,43(1):122～130.

[37] 杨辉,王永涛,戴世坤,等. 带地形的MT多参量二维快速模拟退火约束反演[J]. 石油地球物理勘探,2003, 38(2):213～217

[38] 杨文采. 非线性地球物理方法:回顾与展望[J]. 地球物理学进展,2002,17(2):255～261.

[39] Tarantola A. Inverse Problem Theory: Methods of Data Fitting and Model Parameter Estimation[M]. Elsevier Publishing Co. , 1987.

[40] 陈超,刘江平,余丰. 求解位场反演问题的混合编码遗传算法[J]. 地球物理学报,2004,47(1):119～126.

[41] Nagihara S, Stuart A H. Three-dimensional gravity inversion using simulated annealing: Constraints on the diapiric roots of allochthonous salt structures[J]. Geophysics,2001,66(5): 1438～1449.

[42] 王家映. 地球物理反演理论[M]. 武汉:中国地质大学出版社,1998.