

色散关系的微机研究

罗献春

摘 要

本文用微机处理的方法研究了可见光区域内正常色散的特性,得到了折射率随入射光波长变化的关系。这个结果对进一步了解光与物质的相互作用以及利用这一关系解决一些实际问题具有重要的现实意义。

一、基本原理和方法

光的色散表明,折射率 n 是波长 λ 的函数

$$n=f(\lambda) \quad (1)$$

描述正常色散的公式是科希经验公式

$$n=A+\frac{B}{\lambda^2}+\frac{C}{\lambda^4} \quad (2)$$

式中 A 、 B 、 C ,是由所研究的介质的特性决定的常数,均可由实验求出。当波长间隔不太大时, $\frac{C}{\lambda^4}$ 项可略去,于是有

$$n=A+\frac{B}{\lambda^2} \quad (3)$$

为了达到研究目的,需要测定几组数据 (n, λ) 。下面,由测定光栅常数 d 而测定波长 λ ,由测定棱镜顶角 α 和对某波长的最小偏向角 δ_{\min} 而测定与该波长对应的折射率 n 。

1. 测定光栅常数。由光栅方程 $d\sin\varphi_K=K\lambda$ 得

$$d=\frac{K\lambda}{\sin\varphi_K} \quad (4)$$

式中, d 为光栅常数。 λ 为已知单色光波长。 φ_K 为 K 级条纹的衍射角。 K 为谱线级次。

2. 测定高压Hg灯在可见光范围内几条光谱线（红光、橙光、黄光、绿光、兰绿光、兰光、紫光）的波长。

$$\lambda = \frac{d \sin \varphi_K}{K} \quad (5)$$

式中，d为已测得的光栅常数。 φ_K 为K级条纹的衍射角。K为谱线级次。 λ 为入射光波长。

3. 测定棱镜顶角 α 。

$$\alpha = \frac{1}{4} \left[(\varphi_2 - \varphi_1) + (\varphi_2' - \varphi_1') \right] \quad (6)$$

4. 测定棱镜对红光、橙光、黄光、绿光、兰绿光、兰光、紫光的折射率。

$$n = \frac{\sin \frac{\delta_{\min} + \alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} \quad (7)$$

式中， α 为棱镜顶角。 δ_{\min} 为某波长光线在棱镜中的最小偏向角（从实验中测定）：

$$\delta_{\min} = \frac{1}{2} \left[(Q_0 - Q) + (Q_0' - Q') \right] \quad (8)$$

二、数据 处 理

建立折射率n随入射光波长 λ 变化的关系式（经验公式）。

1. 将科希公式化成线性方程，由最小二乘法确定待测参数的最佳值。

在(3)式中，设 $x = \frac{1}{\lambda^2}$ ， $y = n$

则得线性方程

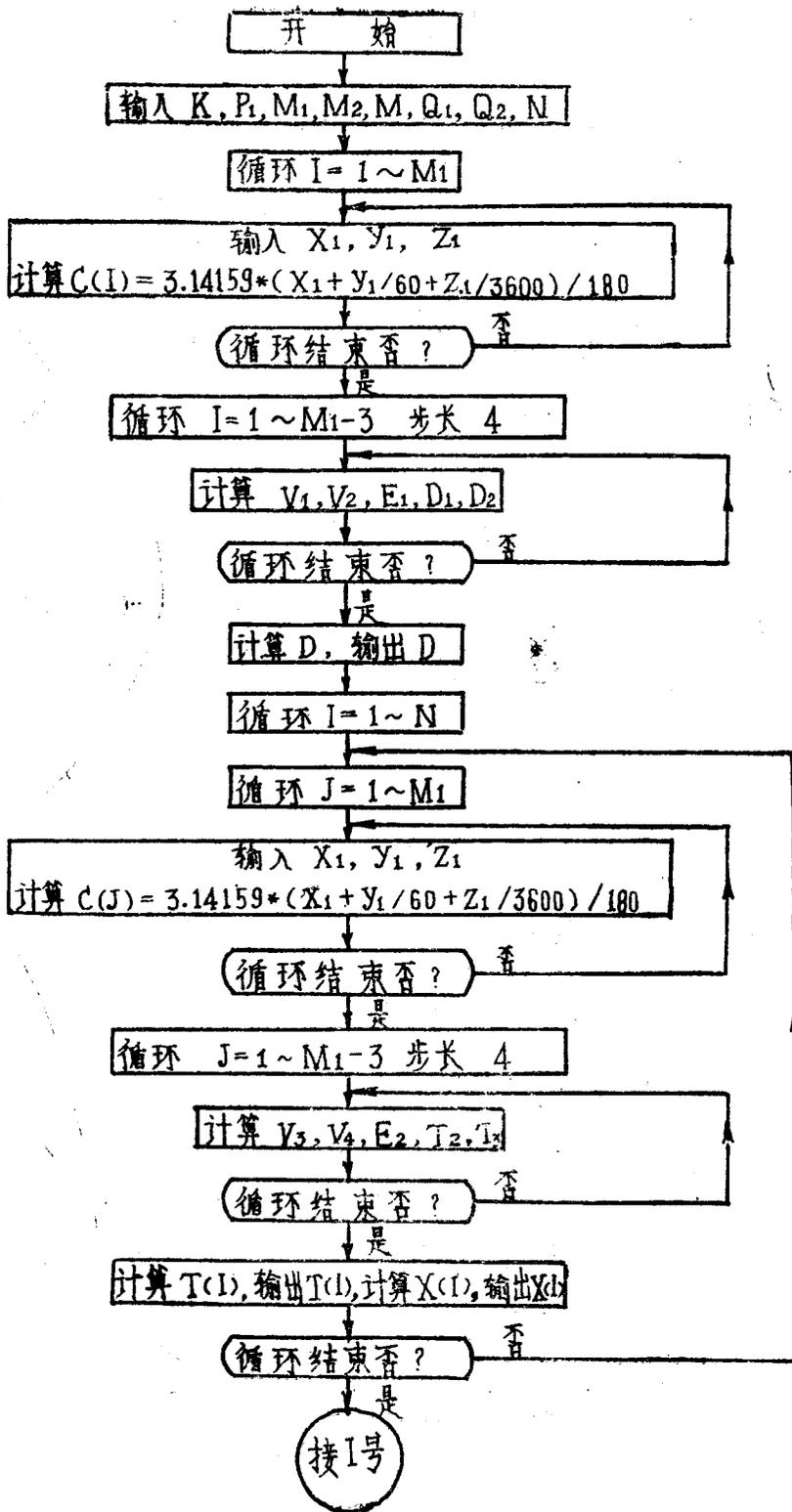
$$y = A + Bx \quad (9)$$

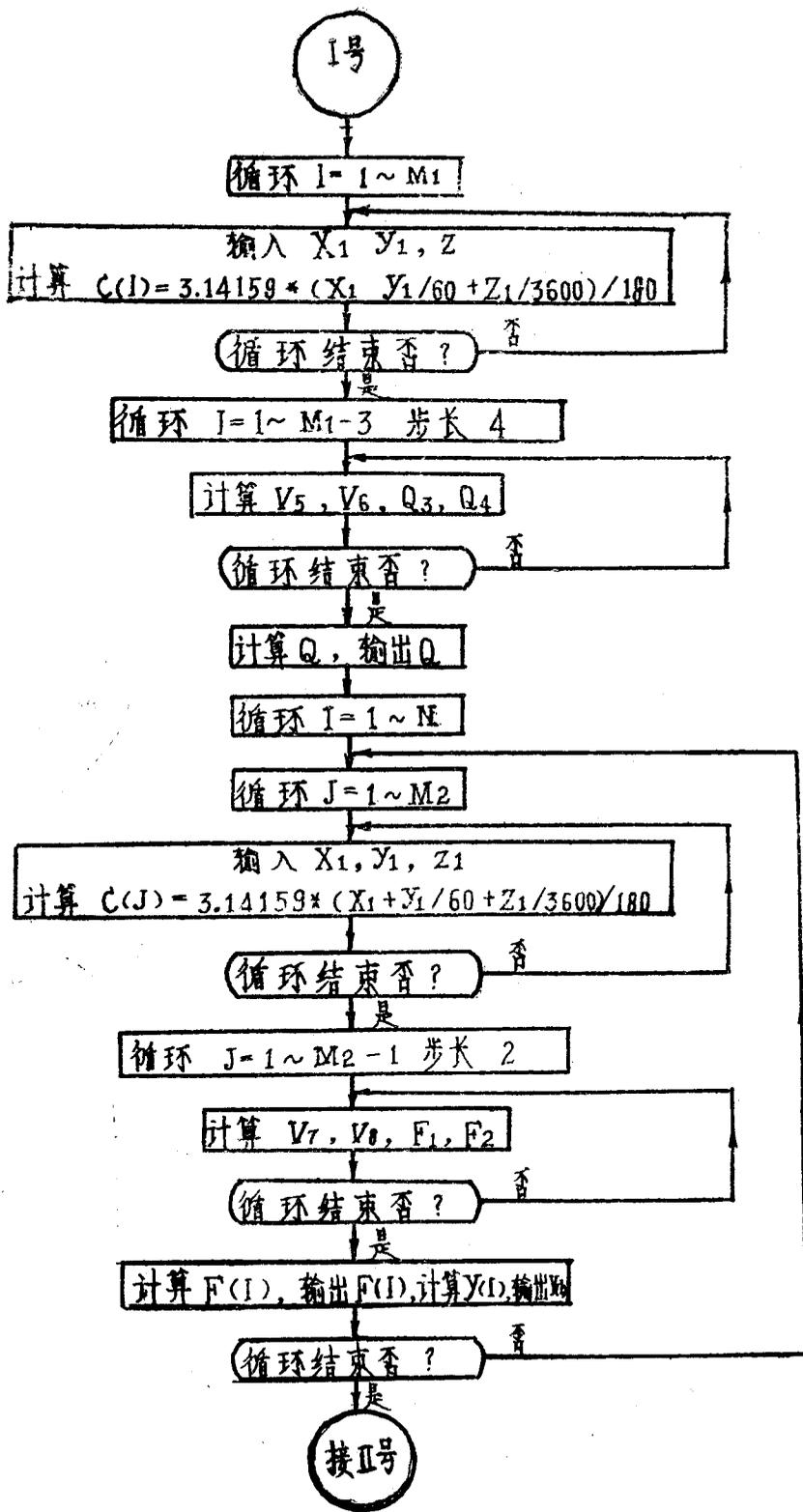
由最小二乘法得A，B两待定参数的最佳值为

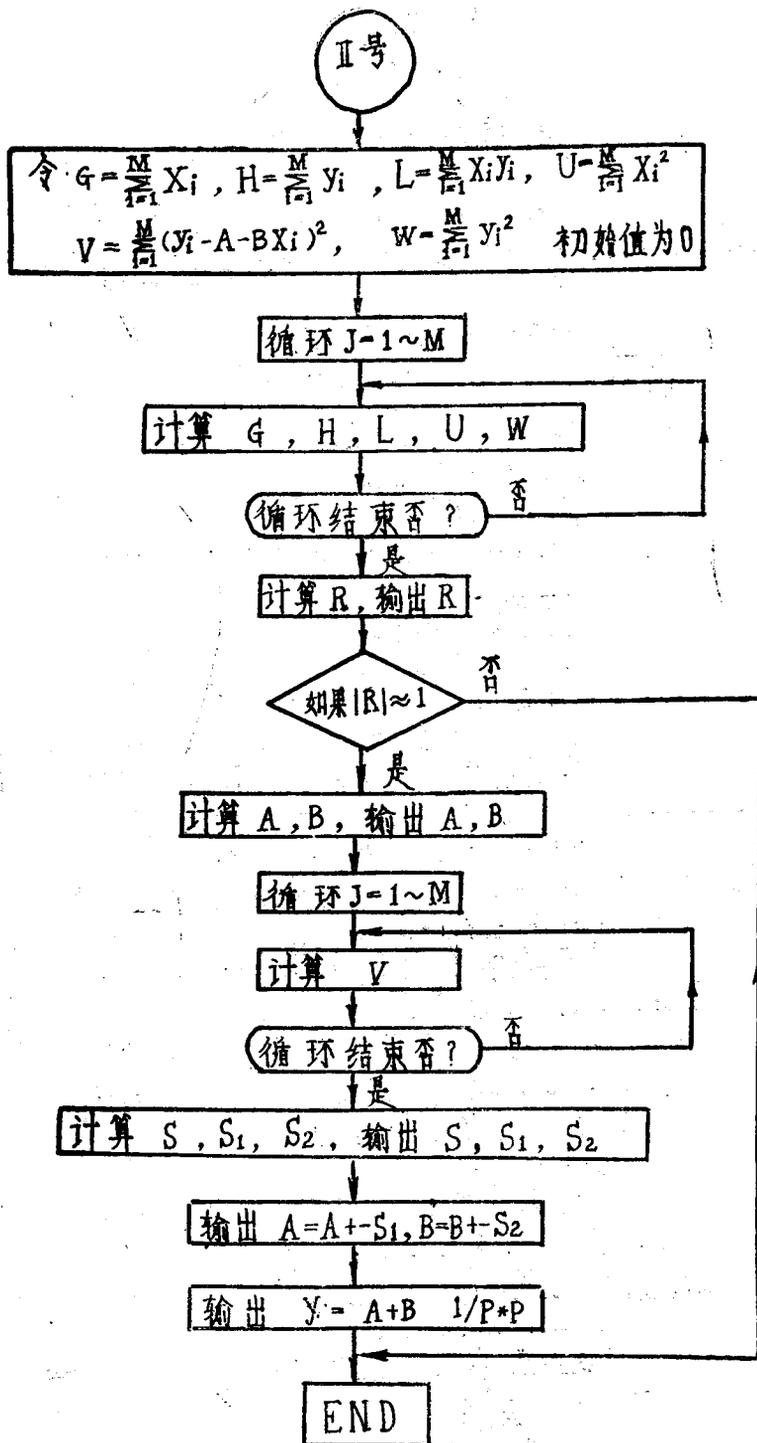
$$\hat{A} = \frac{\sum_{i=1}^M X_i^2 \sum_{i=1}^M Y_i - \sum_{i=1}^M X_i \sum_{i=1}^M X_i Y_i}{M \sum_{i=1}^M X_i^2 - (\sum_{i=1}^M X_i)^2} \quad (10)$$

$$\hat{B} = \frac{M \sum_{i=1}^M X_i Y_i - \sum_{i=1}^M X_i \sum_{i=1}^M Y_i}{M \sum_{i=1}^M X_i^2 - (\sum_{i=1}^M X_i)^2} \quad (11)$$

三、程 序 框 图







2. 根据线性相关系数

$$R = \frac{M \sum_{i=1}^M X_i Y_i - \sum_{i=1}^M X_i \sum_{i=1}^M Y_i}{\sqrt{\left[M \sum_{i=1}^M X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^M X_i \right)^2 \right] \left[M \sum_{i=1}^M Y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^M Y_i \right)^2 \right]}} \quad (12)$$

当 $|R| \approx 1$ ，说明 X 与 Y 线性相关好；如果 $|R| \ll 1$ ，表明实验精度太差，没有必要往下处理。

3. 折射率 Y_i 的测量误差为

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M (Y_i - A - BX_i)^2}{M - 2}} \quad (13)$$

4. 待测参数 A 、 B 的标准误差为

$$\sigma_{\hat{A}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M X_i^2}{M \sum_{i=1}^M X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^M X_i \right)^2}} \sigma \quad (14)$$

$$\sigma_{\hat{B}} = \sqrt{\frac{M}{M \sum_{i=1}^M X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^M X_i \right)^2}} \sigma \quad (15)$$

5. 建立折射率随波长变化的经验公式：

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

其中：

$$A = \hat{A} \pm \sigma_{\hat{A}}$$

$$B = \hat{B} \pm \sigma_{\hat{B}}$$

四、BASIC程序（略）

参 考 文 献

- (1) 母国光、战元龄：《光学》，人民教育出版社，1979。
- (2) 李化平：《实验误差与数据处理》，北京钢铁学院，1983。

A STUDY OF DISPERSION RELATION BY USING A MICROCOMPUTER

Luo Xianchun

Abstract

The characteristic of normal dispersion relation in the range of visible light is studied by means of microcomputer, and a relation of the variation of refractive index with the wave length of incident light is obtained in this paper. The result is of important real significance to further understanding the interaction of light and substances and solving some practical problems with the help of this relation.