

王彦飞,杨长春,段秋梁.地震偏移反演成像的迭代正则化方法研究.地球物理学报,2009,52(6):1615~1624,DOI:10.3969/j.issn.0001-5733.2009.06.024

Wang Y F, Yang C C, Duan Q L. On iterative regularization methods for migration deconvolution and inversion in seismic imaging. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2009, 52(6):1615~1624, DOI:10.3969/j.issn.0001-5733.2009.06.024

## 地震偏移反演成像的迭代正则化方法研究

王彦飞,杨长春,段秋梁

中国科学院地质与地球物理研究所,北京 100029

**摘 要** 利用伴随算子  $L^*$ , 直接的偏移方法通常导致一个低分辨率或模糊的地震成像. 线性化偏移反演方法需求解一个最小二乘问题. 但直接的最小二乘方法的数值不稳定, 为目视解译带来困难. 本文建立约束正则化数学模型, 研究了地震偏移反演成像问题的迭代正则化求解方法. 首先对最小二乘问题施加正则化约束, 接着利用梯度迭代法求解反演成像问题, 特别是提出了共轭梯度方法的混合实现技巧. 为了表征该方法的实际利用性, 分别对一维, 二维和三维地震模型进行了数值模拟. 结果表明该正则偏移反演成像方法是有效的, 对于实际的地震成像问题有着良好的应用前景.

**关键词** 偏移反演, 正则化, 最优化

DOI:10.3969/j.issn.0001-5733.2009.06.024 中图分类号 P631 收稿日期 2008-08-27, 2009-04-27 收修定稿

### On iterative regularization methods for migration deconvolution and inversion in seismic imaging

WANG Yan-Fei, YANG Chang-Chun, DUAN Qiu-Liang

*Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China*

**Abstract** In this paper, we consider continuous solution methods for migration deconvolution imaging in seismic inverse problems. Direct migration methods, using the adjoint operator  $L^*$ , usually yield a lower resolution or blurred image. Linearized migration deconvolution requires solving a least-squares migration (LSM) problem. However, we notice that the direct LSM method is unstable in computation which is a severe obstacle for visual explanation. We study regularized mathematical model. We first formulate the problem by incorporating regularizing constraints, and then employ iterative gradient methods for migration deconvolution and imaging. A hybrid gradient technique for ill-posed migration in verse problem is proposed. To show the potential for application of the proposed method, we use synthetic one-, two- and three-dimensional seismograms for seismic migration inversion. Numerical performance indicates that the proposed method is very promising for practical seismic migration imaging.

**Keywords** Migration deconvolution/inversion, Regularization, Optimization

**基金项目** 国家重点基础研究发展规划(973)项目(2005CB422104), 国家自然科学基金项目(10871191)共同资助.

**作者简介** 王彦飞,男,1973年生,副研究员,1997年毕业于河北师范大学数学系,2002年于中国科学院数学与系统科学研究院计算数学与科学工程计算研究所获博士学位,主要从事数学物理、信号/图像处理、地球物理以及其他地球科学反问题的最优化和正则化理论及计算研究. E-mail: yfwang@mail.iggcas.ac.cn, yfwang\_ucf@yahoo.com

## 1 引言

地震波偏移成像通常可以写成算子表达的形式<sup>[1,2]</sup>:

$$Lm = d, \quad (1)$$

其中,  $L$  为正向模型核函数算子,  $m$  为地层反射模型,  $d$  为观测到的地震信号. 该模型在数学上可以通过求解一个变分问题

$$\min_m J[m] := \frac{1}{2} \|Lm - d\|^2, \quad (2)$$

并且要求  $\|m\|$  能量最低, 得到对地层模型的近似. 在地震勘探领域, 上述的极小化等价于求取

$$m_{\text{img}} = L^* d = L^* Lm \quad (3)$$

得到对地层的偏移成像, 其中  $L^*$  为  $L$  的伴随算子, 定义  $(Lx, y) = (x, L^* y)$ ,  $m_{\text{img}}$  表示模糊的地层反射偏移图像,  $L^* L$  表示模糊积分核算子. 去卷积偏移的目的在于降低模糊积分核算子对偏移结果的影响, 同时对较直接的偏移而言, 更能提高成像的分辨率. 但对于地震成像问题, 由于地震数据  $d$  的带限性以及方程(1)的不适定性, 最小二乘法是不稳定的且多解的.

显然, 数值上对偏移成像作逆运算可以得到:

$$m = (L^* L)^{-1} m_{\text{img}} = (L^* L)^{-1} L^* d. \quad (4)$$

但是, 这样做的缺陷为: (1)  $L^* L$  是比  $L$  更为病态的算子, 因而  $(L^* L)^{-1}$  对数据的误差/噪声高度敏感; (2) 计算量巨大.

克服直接偏移反演成像缺陷的方法有基于 PSF 核函数的反演法<sup>[3]</sup>, 基于 CG 迭代的最小二乘法<sup>[4]</sup>, 非稳态的匹配滤波法<sup>[5]</sup>以及正则化反演成像法<sup>[6]</sup>. 对于一般的地球物理反演计算的方法, 发展有: 衰减的最小二乘法<sup>[7,8]</sup>, 共轭梯度方法的预条件技巧<sup>[9]</sup>, 带偏差原则的正则化重新开始共轭梯度法<sup>[10]</sup>, 信赖域算法<sup>[11]</sup>, 基于 Bayes 的统计推理以及基于统计技巧的反演计算<sup>[12~15]</sup>, Sobolev 空间先验技巧的正则化方法<sup>[16]</sup>, 奇异值展开法<sup>[17,11]</sup>, 最小二乘及其迭代执行法(迭代正则化)<sup>[18~20]</sup>, 软化法及 Backus-Gilbert 理论<sup>[21~23]</sup>. 这些方法应用于处理特定的地球物理反演问题有效, 但是否适于应用到地震偏移反演成像上仍然值得研究, 并且这些方法在

偏移成像的反演计算方面收敛的速度可能非常慢<sup>[24]</sup>.

本文研究正则化的偏移反演成像的计算方法, 探讨偏移反演的不适定性以及直接偏移方法与梯度迭代法的关系以及最小二乘偏移反演计算的局限性, 特别是提出了正则化的偏移反演计算的混合型梯度迭代方法, 并进行了数值模拟.

## 2 偏移反演基础

### 2.1 算子方程

模糊图像处理问题通常都可以表征为第一类算子方程的形式:

$$L: F \rightarrow O$$

$$(Lm)(r) := \int_{\Omega} l(r, r_0) m(r_0) dr_0 = d(r), \quad (5)$$

其中, 算子  $L$  表示从函数空间  $F$  到观测空间  $O$  的映射, 并假定  $F$  和  $O$  均为可分的 Hilbert 空间;  $m(r)$  表示输入信号或目标函数;  $d(r)$  表示获得的模糊图像;  $l(r, r_0)$  为积分核函数. 上述积分是在像平面的  $\Omega$  域上进行的. 在工程和图像/信号处理领域, 通常称  $l(r, r_0)$  为点扩展函数(Point Spread Function), 表示对理想的 Dirac delta 函数的逼近<sup>[25,26]</sup>.

在地球物理领域,  $l(r, r_0)$  通常指的是可以由 Green 函数计算的核函数. 在水平位移不变的假设下, 方程(5)可以作为一个卷积型问题看待. 因此关键问题是如何进行反演重构输入信号<sup>[27,28]</sup>.

### 2.2 不适定性

不适定性是第一类算子方程的典型特性. 容易看出方程(5)中的积分核算子  $L$  的值域是无穷维的, 且  $L$  为紧算子<sup>[29,30,25]</sup>. 设方程(5)中算子  $L$  的奇异系统为  $\{\sigma_k; u_k, v_k\}$ , 则  $Lu_k = \sigma_k v_k$ ,  $L^* v_k = \sigma_k u_k$ , 其中  $L^*$  为  $L$  的伴随, 且有

$$Lm = \sum_{k=1}^{\infty} \sigma_k (m, u_k) v_k, \quad m \in F,$$

$$L^* d = \sum_{k=1}^{\infty} \sigma_k (d, v_k) u_k, \quad d \in O.$$

于是原始问题的最小模最小二乘解可以写成<sup>[25]</sup>:

$$m^{\text{bc}} = L^- d = (L^* L)^+ L^* d = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(d, v_k)}{\sigma_k} u_k$$

其中  $L^-$  表示 Moore-Penrose 广义逆. 但由于  $L$  为无穷维空间的算子, 因此  $L^-$  无界<sup>[31,26]</sup>, 这将导致观测数据的微小误差将带来计算结果与真实结果的巨大偏差.

### 2.3 偏移反演成像

偏移反演成像的目的就是通过对偏移 Green 核

函数和偏移图像做反卷积来获得地球深部反射模型<sup>[32]</sup>. 数学上,地震正向成像模型可以表述为形如(5)式的一个第一类 Fredholm 积分方程:

$$d(x, y, z) = \int_{\Omega} K(x, y, z | x_0, y_0, z_0) \times m(x_0, y_0, z_0) dx_0 dy_0 dz_0, \quad (6)$$

并通过求解该积分方程来获得  $m(x_0, y_0, z_0)$ . 其中,  $d(x, y, z)$  为观测数据,  $K(x, y, z | x_0, y_0, z_0)$  为包含了速度模型在内的核函数,  $m(x_0, y_0, z_0)$  是所要求取的在  $(x_0, y_0, z_0)$  处的反射界面,  $\Omega$  为下半空间. 记  $r = (x, y, z)$ ,  $r_0 = (x_0, y_0, z_0)$ , 根据 Born 近似, 上述方程可以写成<sup>[33,34]</sup>:

$$d(r_s | r_g, \omega) = \int_{\Omega} w(\omega) G(r_g | r_0, \omega) \times G(r_0 | r_s, \omega) m(r_0) dV_0, \quad (7)$$

其中  $d(r_s | r_g, \omega)$  表示接收到的反射数据;  $w(\omega)$  为频率域子波,  $m(r_0)$  为地层反射函数. Green 函数  $G(r_g | r_s)$  满足 Helmholtz 波动方程.  $V_0$  表示三维体积分.

记录和反演合成的地震数据可以描述如下:

- (1) 给定接收器和源以及点散射模型  $m$ ;
- (2) 计算点散射响应  $d = Lm$ ;
- (3) 偏移成像  $m_{\text{img}} = L^* d = L^* Lm$ ;
- (4) 反演计算:  $m = (L^* L)^{-1} L^* d$ ,

其中  $L^*$  定义为  $[w(\omega)G(r_g | r_0, \omega)G(r_0 | r_s, \omega)]^*$ . 有关近期偏移反演成像的研究工作可见文献[3, 5, 27, 35~37].

#### 2.4 反演计算的变分正则化

求解反演问题的完整理论是 Tikhonov 及其带领的研究小组建立的<sup>[29]</sup>. Tikhonov 正则化指的是求解一个极小化的正则泛函:

$$J^*[m] := \frac{1}{2} \| Lm - d \|^2 + \frac{\alpha}{2} \Gamma[m], \quad (8)$$

其中,  $\Gamma[\cdot]$  为 Tikhonov 稳定子(约束项);  $\alpha \in (0, 1)$  为正则参数, 用于平衡不稳定性及光滑性.

一个简单的计算方式是取  $\Gamma[m]$  为  $\frac{1}{2} \| D^{1/2} m \|^2$ , 其中  $D$  为尺度算子, 正半定且有界. 对  $J^*[m]$  做极小化就得到 Euler 方程:

$$L^* Lm + \alpha Dm = L^* d, \quad (9)$$

并且极小解可表为

$$m = (L^* L + \alpha D)^{-1} L^* d. \quad (10)$$

很多方法均可以求解(6)式极小化问题, 可以迭代进行, 也可以非迭代进行<sup>[25]</sup>. 但对于地震偏移反演成像来说, 计算量巨大, 需研究合适可行的算法.

### 3 偏移反演成像的正则化方法及其数值实现技巧

#### 3.1 最小二乘偏移反演及局限性

迭代法可实现大规模的偏移反演计算. 业已证明共轭梯度法是一种有效的反演方法<sup>[30]</sup>. 假定原始问题已经经过离散化投影到了有限维的空间. 并用  $L$  表示算子  $L$  的离散化形式,  $D$  表示尺度算子  $D$  的离散化形式, 且仍用  $m, d$  表示有限维空间的向量形式. 因此可用该方法来求解最小二乘问题:

$$\frac{1}{2} \| Lm - d \|^2 \rightarrow \text{minimization} \quad (11)$$

或

$$L^T Lm - L^T d = 0. \quad (12)$$

对于上述半正定的线性系统, 已经发展了很多成熟的算法. 首先, 是 Cholesky 分解法. 但是, 该计算方法只是在中等/小规模时可以利用, 因为其计算量可以得到  $O\left(\frac{1}{6} n^3\right)$ , 其中  $n$  为未知变量个数. 对于大规模科学计算问题, 宜采用稳定的迭代方法.

Nemeth 等<sup>[4]</sup>和 Sjøberg 等<sup>[3]</sup>采用了共轭梯度方法, 其中的计算量主要集中在了矩阵-向量积的计算上, 但自然比 Cholesky 分解法低了一个量级. 该方法要求计算:

$$\text{迭代步长 } \alpha_k := -g_k^T s_k / ((Ls_k)^T (Ls_k)),$$

$$\text{新的迭代点 } m_{k+1} := m_k + \alpha_k s_k,$$

$$\text{新的方向 } s_{k+1} := -g_{k+1} + \beta_k s_k,$$

$$\text{共轭方向步长 } \beta_k := \frac{\|g_{k+1}\|^2}{\|g_k\|^2}.$$

其中,  $g_k$  为第  $k$  次迭代的梯度, 即  $g_k = L^T(Lm_k - d)$ ;  $s_k$  为搜索方向; 参数  $\beta_k$  为 Fletcher-Reeves 计算公式, 记之为  $\beta_k^{\text{FR}}$ .

在理想的情况下, 共轭梯度迭代应当在余量模  $\|L^T(Lm - d)\|$  为 0 时停止迭代. 但对于带噪声的反演问题, 该条件很难满足. 根据不适定性理论, 应用迭代 Tikhonov 正则化方法, 计算到一定程度, 误差将达到饱和状态<sup>[30]</sup>. 虽然共轭梯度法不存在这种状况, 但按照正则化的思想, 迭代步数  $k$  与误差/噪声水平  $\delta$  相关, 可以写成  $O(\delta^{-\frac{1}{2k+1}})$ , 不同的算法  $\nu$  值不同<sup>[25]</sup>. 按经验, 推荐最大迭代步数不超过 50.

去卷积偏移可以提高成像的分辨率<sup>[32]</sup>, 文献[4]对基于统计约束的最小二乘偏移计算进行了研

究,但最小二乘方法本身有很多不利因素:

(1) 由于地层速度的不正确估计以及子波函数(Wavelet function)的选取不当会降低成像的质量(低分辨率);

(2) 非迭代直接算法的不稳定性和大计算量问题;

(3) 单调下降算法收敛速度的限制将会导致计算时间的漫长,即使对于共轭梯度法也往往存在迭代不足(解的精度低)或过度迭代的缺点;

(4) 由于反演的不适定性,人们通常采用的预条件迭代算法的预条件子(Preconditioner)很难确定<sup>[10]</sup>.

以上因素导致了该方法在应用上的限制,因此,有必要研究更为经济适用的反演算法.

### 3.2 迭代正则化

正则化方法指的是寻找一族正则算子  $R(\alpha, d)$ , 使得理论上观测数据  $d$  的噪声或误差水平趋于 0 时,  $R(\alpha, d)$  收敛于能够求出的真实的地层反射模型  $m$ . 这可以通过求解下面的非线性规划问题

$$J^*[m] \rightarrow \text{minimization}, \quad (13)$$

得到极小解  $m$ . 其中,  $\alpha$  是可调节的正则参数,  $\Gamma[m]$  由用户根据问题的需要设定. 如果  $\Gamma[m]$  为  $\frac{1}{2} \|D^{1/2} m\|^2$ , 则  $R(\alpha, \cdot)$  具有如下形式:

$$R(\alpha) = (L^T L + \alpha D)^{-1} L^T \cdot, \quad \alpha > 0. \quad (14)$$

则地层反射模型  $m$  可以通过

$$m = R(\alpha)d, \quad \alpha > 0 \quad (15)$$

得到. 有很多算法可以求解非线性规划问题.

通常所说的迭代正则化指的是迭代 Tikhonov 正则化<sup>[25,26]</sup>. 其迭代形式如下:

$$(L^T L + \alpha D)m_{k+1} = L^T d + \alpha m_k, \\ k = 1, 2, \dots, \alpha > 0. \quad (16)$$

该方法的优点是在一定条件下能够达到最优收敛速度. 缺点是该方法不适合大规模计算. 此外最速下降法和 Landweber-Fridman 迭代法也是经常提到的迭代正则化方法<sup>[25,30,26]</sup>. 这两种方法具有共同的迭代公式:

$$m_{k+1} = m_k + f(\tau)L^T(d - Lm_k), \\ k = 1, 2, \dots, \alpha > 0. \quad (17)$$

若  $f(\tau)$  恒为  $(0, 1/\|L^T L\|)$  中的常数, 则对应着 Landweber-Fridman 迭代法; 若  $f(\tau) = \text{argmin} J^*(m_k - \tau r_k)$ , 其中  $r_k = L^T L m_k - L^T d$ , 则对应着最速下降法. 很明显的是, 若令初始猜测值  $m_0 = 0$ , 并令  $k = 1, f(\tau) \equiv 1$ , 则一步梯度迭代法或一步 Landweber-

Fridman 迭代法就是习惯上经常采用的 Kirchhoff 时间偏移公式. 熟知一步梯度迭代法或一步 Landweber-Fridman 迭代法远远没有达到收敛的精度, 因此直接的偏移会导致成像分辨率降低的缺点.

### 3.3 杂交共轭梯度迭代正则化

本文中采用改进的具有二次终止特性的共轭梯度迭代算法<sup>[38]</sup>. 人们习惯采用 Fletcher-Reeves 共轭梯度法, 如 Nemeth 等<sup>[4]</sup>关于参数  $\beta_k$  的选取. 但该方法并不能保证算法具有下降性质. 由于 Polak-Ribiere-Polyak 方法的计算步长前进很小时会产生参数  $\beta_k$  趋于零这一特性, 因此算法会重新利用负梯度迭代, 从而克服迭代进展缓慢的情形. 而 Fletcher-Reeves 方法的收敛性较好, 因此可望把这两种方法相结合得到较好的效果. 对此, 基于适定的非线性规划问题, 文献[39]已进行了最初的研究. 我们提出把该方法应用到求解不适定问题的极小化正则化模型上. Polak-Ribiere-Polyak 方法的计算公式为

$$\beta_k = \frac{g_{k+1} \cdot (g_{k+1} - g_k)}{\|g_k\|^2}, \quad (18)$$

我们记之为  $\beta_k^{\text{FRP}}$ . 采用文献[39]的提议, 混合选取参数  $\beta_k$  为

$$\beta_k = \max\{0, \min\{\beta_k^{\text{FR}}, \beta_k^{\text{FRP}}\}\}. \quad (19)$$

由于  $J^*[m]$  为高维矩阵空间的二次函数, 因此在计算过程中, 迭代步长  $\alpha_k$  的计算公式可以显式地表示为

$$\alpha_k := -g_k^T s_k / ((Ls_k)^T (Ls_k) + \alpha s_k^T (Ds_k)). \quad (20)$$

引入正则参数的好处是避免了步长  $\alpha_k$  的大跨越式的起落从而带来数值计算的稳定性.

## 4 数值模拟

为了验证本文提出的偏移反演算法的有效性, 我们进行模拟试验. 由于  $d$  为观测值, 因此不可避免地带有各种噪声, 假定该噪声具有可加性, 则

$$d = d_{\text{true}} + \delta \cdot \text{rand}(\text{size}(d_{\text{true}})),$$

其中  $\delta$  为  $(0, 1)$  区间的噪声水平,  $\text{rand}(\text{size}(d_{\text{true}}))$  具有与  $d_{\text{true}}$  维数一致的 Gauss 噪声.  $d_{\text{true}}$  由计算机做正向模拟生成. 在本次试验中, 我们取噪声水平为  $0.001 \sim 0.03$ .

在构造正则算子  $R(\alpha, d)$  时, 需要选取正则参数  $\alpha$  和约束矩阵  $D$ . 为简单计, 约束矩阵  $D$  取为恒等矩阵. 而正则参数  $\alpha$  的选取对是否能成功反演正则化算法是一个关键的问题<sup>[25]</sup>. 注意到如果  $\alpha$  远远大于 1, 则将导致逼近问题对原问题过于光滑, 使计算结果与原问题的解相差甚远; 相反, 如果  $\alpha$  远远小于

1, 则逼近问题未能很好的改良算子的谱, 因而增加了误差/噪声的传播. 在本次试验中, 我们先验的选取  $\alpha$ , 即于区间(0,1)中取定一个合适的  $\alpha$  值, 且  $\alpha > \delta^2$ , 这样算法是可以保证稳定收敛的<sup>[30]</sup>.

#### 4.1 一维地震信号偏移反演成像

一维人工地震信号偏移反演试验在地震解释中起着十分重要的作用. 我们考虑一个带有 3 个波峰和 3 个波谷的地震记录  $d$ , 它是由 Ricker 子波和地震信号卷积得到的. Ricker 子波的中心极限频率为 50 Hz, 采样间隔为 0.001 s. 我们采用如下的初始参数设置: 初始模型赋零向量, 正则参数取为 0.005. 无噪声的地震记录, 带噪声水平为 0.01 和 0.03 的地震记录分别见图 1, 图 2a 和图 2b; 带噪声水平为 0.01 和 0.03 情况下的正则偏移反演成像的结果分别见图 3a 和图 3b. 我们同时作了标准的偏移成像, 结果见图 4a 和图 4b. 很明显正则偏移反演成像的结果要好得多.

#### 4.2 二维地震信号偏移反演成像

假定检波器并排在 2501 m 长的直线上, 坐标轴采样间隔为 40 m. 地层背景速度各向同性为  $c = 5000 \text{ m/s}$ , 时间采样间隔为  $dt = 1.3 \text{ m/s}$ . 则一个脉

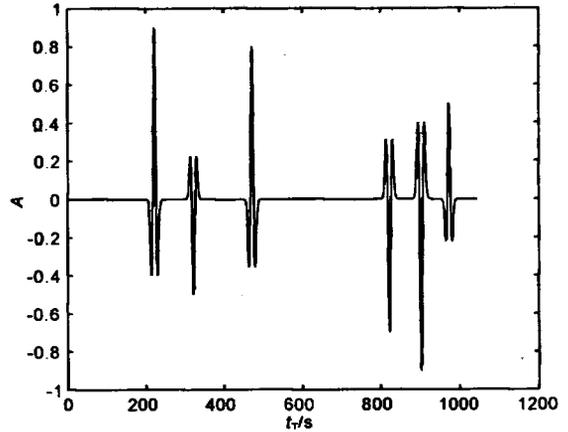


图 1 真实的地震记录

Fig. 1 The noise-free 1d seismogram.

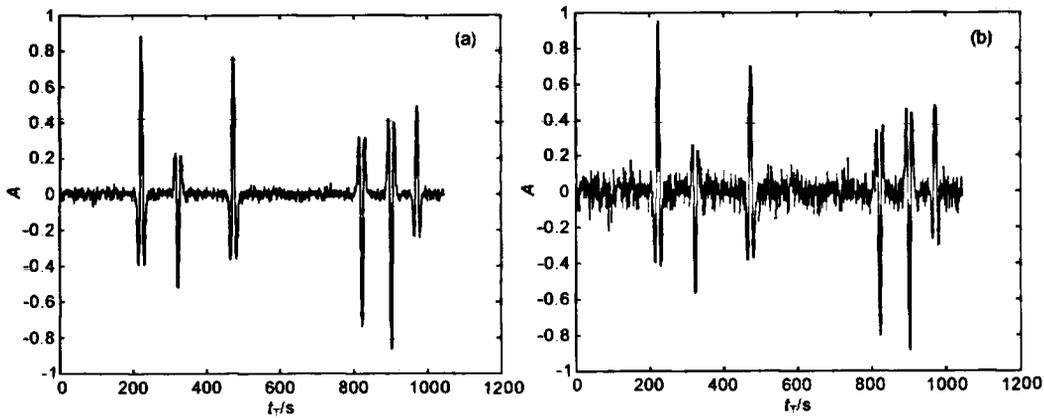


图 2 噪声水平为 0.01(a)和 0.03 (b)时的地震记录

Fig. 2 The seismogram as noise level equaling to 0.01 (a) and 0.03

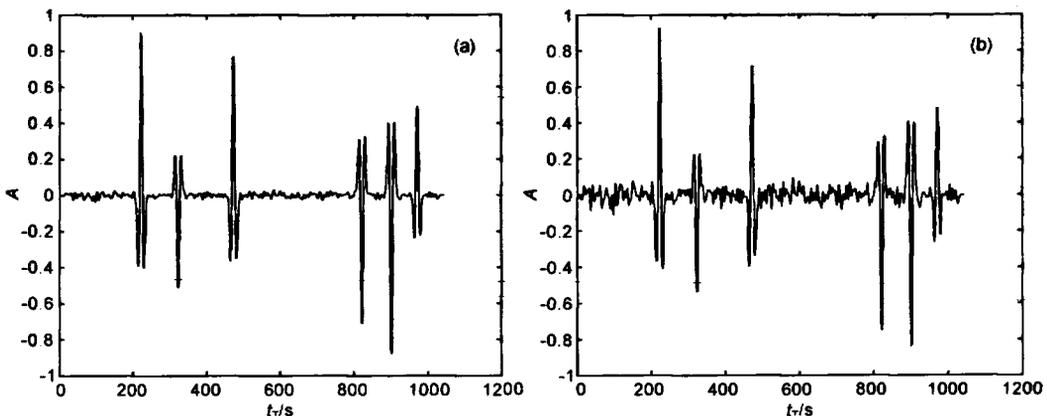


图 3 噪声水平为 0.01 (a)和 0.03(b)时的正则化偏移反演结果

Fig. 3 Regularizing migration results as noise level equaling to 0.01 (a) and 0.03 (b)

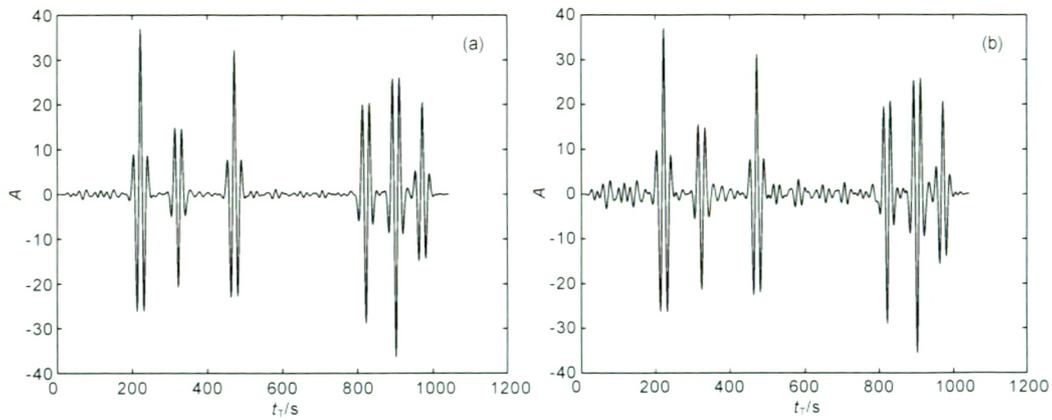


图4 噪声水平为0.01(a)和0.03(b)时标准的Kirchhoff偏移结果  
Fig. 4 Kirchhoff migration results as noise level equaling to 0.01 (a) and 0.03 (b)

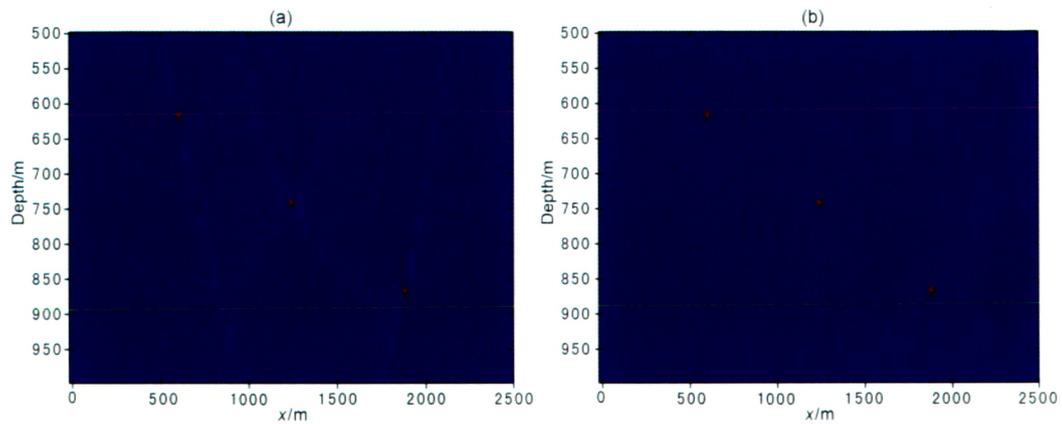


图5 标准的Kirchhoff偏移结果(a)及正则偏移反演成像结果(b)  
Fig. 5 Standard Kirchhoff migration results (a) and regularizing migration image(b)

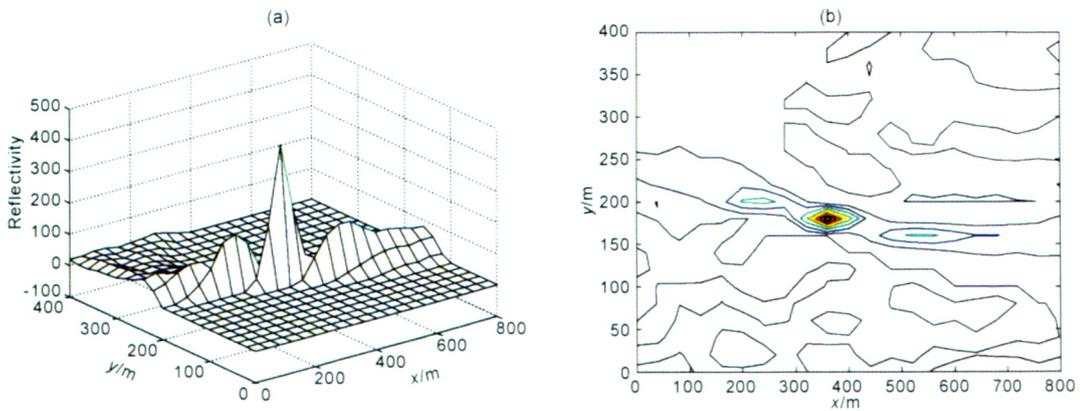


图6 单点散射体标准的Kirchhoff偏移结果(a)及等值线显示(b)  
Fig. 6 Standard Kirchhoff migration results for one point scatterer model (a) and contour values of the standard Kirchhoff migration results for one point scatterer model (b)

冲源可以产生63道地震数据. 偏移成像的分辨率由深度方向的滤波长度决定. 本次模拟试验中, 取格点维数为 $2501 \times 1001$ ,  $x$ 方向采样间隔 $dx = 40$  m,  $z$ 方向采样间隔为 $dz = 12.5$  m. 假设初始水平层的深度为504 m. 于是反射模型的未知量为2520. 正向模

型的计算及偏移由渐近格林函数计算. 在不同的深度埋有3个点散射源: 616.5 m, 741.5 m和866.5 m. 对于一个点散射源, 地层模型成像只有一个在坐标 $(x_0, z_0)$ 处的反射体, 该反射体在 $t = 0$ 时刻激发成像. 数据 $d$ 为位置 $x$ 和时间 $t$ 的函数, 是沿双曲轨道

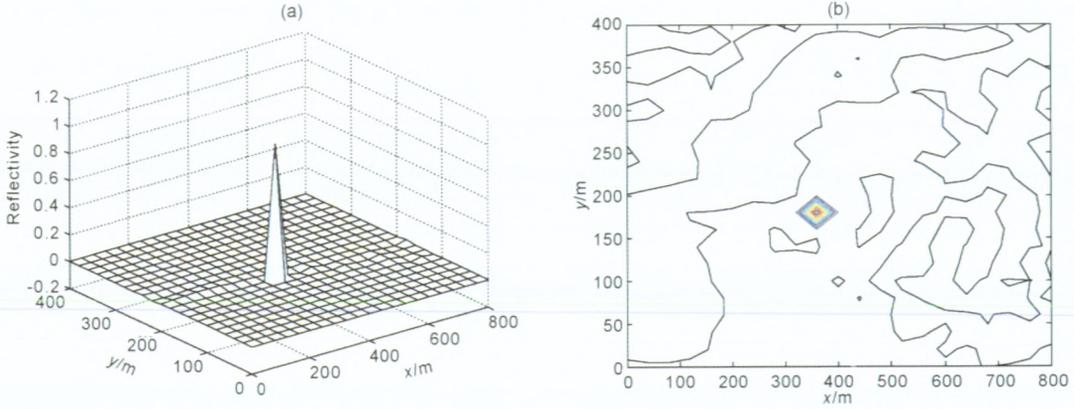


图 7 单点散射体正则化方法偏移反演结果(a)及等值线显示(b)

Fig. 7 Regularizing migration results for one point scatterer model (a) and contour values of the regularizing migration results for one point scatterer model (b)

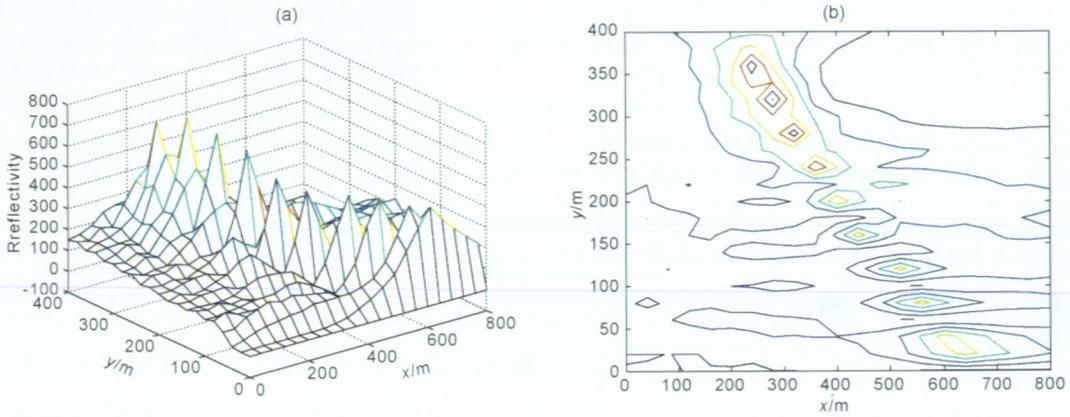


图 8 10点散射体标准的 Kirchhoff 偏移结果(a)及等值线显示(b)

Fig. 8 Standard Kirchhoff migration results for ten point scatterers model (a) and contour values of the standard Kirchhoff migration results for ten point scatterers model (b)

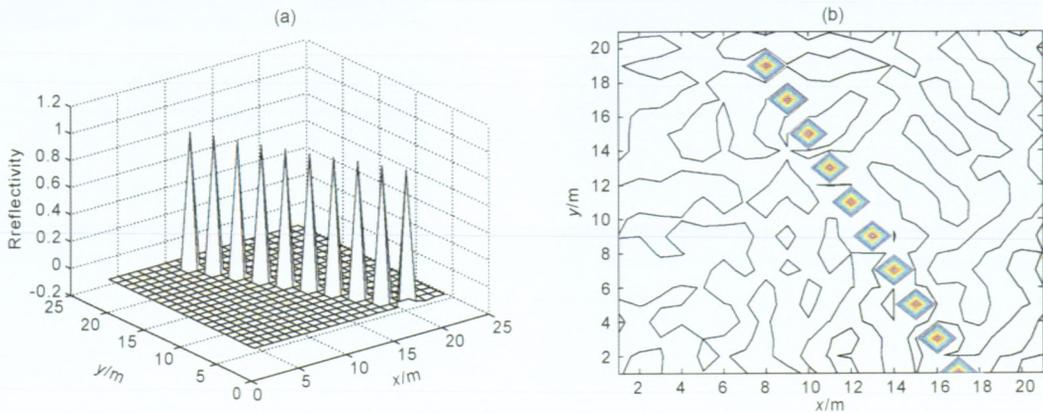


图 9 10点散射体正则化方法偏移反演成像结果(a)及等值线显示(b)

Fig. 9 Regularizing migration results for ten point scatterers model (a) and contour values of the regularizing migration results for ten point scatterers model (b)

$t^2 = 1/v^2((x-x_0)^2 + (z-z_0)^2)$  的一个脉冲信号. 对于不同的深度, 走时为  $t_T = 1/v\sqrt{(x-x_0)^2 + (z-z_0)^2}$ . 设噪声水平为 0.01 并采用如下的初始参数设置: 初

始模型赋零向量, 正则参数取为 0.005. 偏移正则反演成像的结果和标准的偏移成像结果分别见图 5a 和图 5b. 很明显正则偏移反演成像的分辨率要比标

准的偏移成像结果好.

### 4.3 三维地震信号偏移反演成像

假定地层各向同性,波传播速度为  $c=5000$  m/s. 接收器一致放置在  $21 \times 21$  的正交网格上.  $x$  方向和  $y$  方向的采样间隔分别为 40 m 和 20 m. 时间采样间隔为  $dt=1.7$  ms. 深度网格数为 10. 于是模型维数为  $21 \times 21 \times 10$ . 假设激发源在地下 1000 m 至 2800 m 深处,深度方向的采样间隔为 200 m. 并分别假设激发源是一个单点散射体函数和 10 点散射体函数,且每个点均为理想的点源. 在本次试验中,我们仍然采用了先验的正则参数选取方法,即取  $\alpha=0.001$ . 噪声水平平均假设为 0.001.

通过模拟计算,我们得到标准的 Kirchoff 偏移结果和正则偏移反演成像结果相应于单点散射函数和 10 点散射函数分别如图 6~9. 很明显从图中可以看出,正则化的偏移反演结果具有更好的分辨率,更加精确地反映了模拟的地层介质点扩散模型  $m$ .

在计算中我们发现,在同样的条件下,我们提出的混合梯度技巧的正则化方法要比单纯的 Fletcher-Reeves 迭代方法的计算精度高:对于单点扩散模型, Fletcher-Reeves 算法在 45 个迭代步内的相对余量模大小为 0.0476,消耗的 CPU 时间为 311.2969 s;我们的算法在 45 个迭代步内的相对余量模大小为 0.0345,消耗的 CPU 时间为 248.8750 s. 对于 10 点扩散模型, Fletcher-Reeves 算法在 45 个迭代步内

的相对余量模大小为 0.0021,消耗的 CPU 时间为 253.1406 s;我们的算法在 45 个迭代步内的相对余量模大小为 0.0020,消耗的 CPU 时间为 248.9063 s.

### 4.4 有限差分地震偏移反演成像

有限差分地震记录由一个 4 层速度模型以及模拟点扩散模型和子波卷积生成,其中我们用 5 点逼近模式求解声波方程,并施加了加法性噪声,噪声水平设为 0.01. 地震记录以及偏移正则反演成像的结果分别见图 10 和图 11b. 我们同时作了标准的偏移成像,结果见图 11a. 很明显正则偏移反演成像的分辨率要比标准的偏移成像结果好.

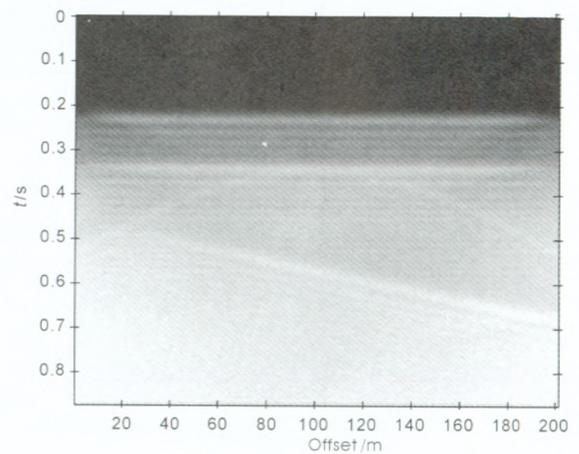


图 10 噪声水平为 0.01 时的地震记录  
Fig. 10 Seismogram by finite difference as noise level equaling to 0.01

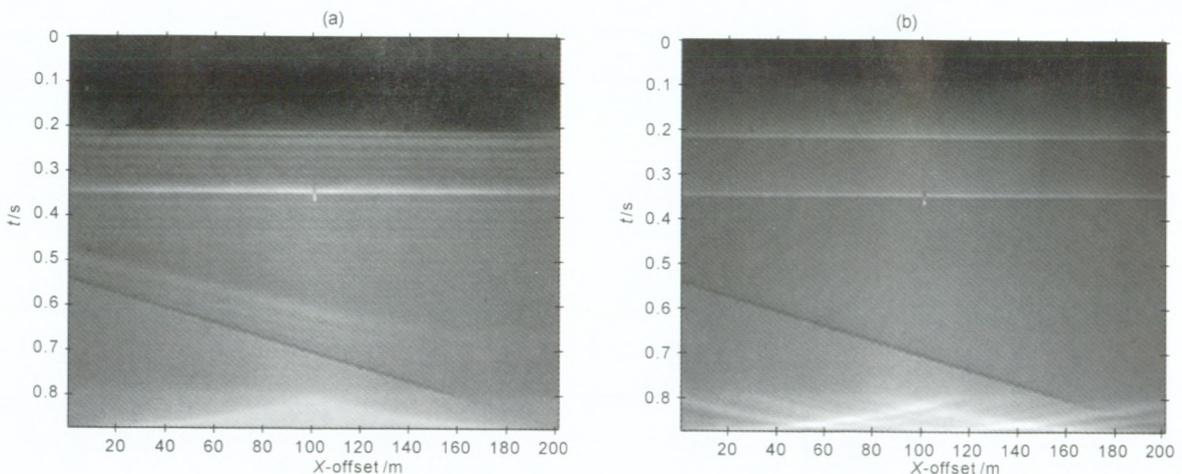


图 11 标准的 Kirchoff 偏移结果(a)及正则偏移反演成像结果(b)

Fig. 11 Standard Kirchoff migration results (a) and regularizing migration results (b)

## 5 讨论和结论

在过去几十年, Kirchoff 偏移得到了广泛的应

用. 但随着计算技术的进步以及应用的需求,更高质量的偏移成像越来越提到了日程. 本文提出了偏移反演成像的迭代正则化模型以及求解该模型的混合型共轭梯度算法. 但该方法仍然是十分浪费计算时

间的。因此研究如何既节省时间又稳定有效的算法是十分值得研究的课题。此外,在存在噪声干扰的条件下选取合适的正则参数以提高反演的精度也是一个有意义的研究课题。我们通过理论模拟,证实了偏移反演成像较直接的偏移成像具有更好的分辨率,因此为更广泛的应用提供了有希望的前景。

致 谢 感谢审稿人耐心细致的评审意见,使本文内容得到了很大的充实。

### 参考文献(References)

- [1] Aki K, Richards P G. Quantitative Seismology: Theory and Methods. San Francisco: W. H. Freeman and Company, 1980
- [2] Claerbout J F. Imaging the Earth's Interior. Oxford: Blackwell, 1985
- [3] Sjöberg T, Gelius L-J, Lecomte I. 2D deconvolution of seismic image blur. Expanded Abstracts, SEG 73rd Annual Meeting, Dallas, 2003
- [4] Nemeth T, Wu C J, Schuster G T. Least-squares migration of incomplete reflection data. *Geophysics*, 1999, **64**(1):208~221
- [5] Guitton A. Amplitude and kinematic corrections of migrated images for nonunitary imaging operators. *Geophysics*, 2004, **69**:1017~1024
- [6] Sacchi M D, Wang J, Kuehl H. Regularized migration/inversion; new generation of imaging algorithms. *CSEG Recorder*, 2006, **31**:54~59
- [7] Levenberg K. A method for the solution of certain nonlinear problems in least squares. *Quart. Appl. Math.*, 1944, **2**:164~166
- [8] Marquardt D W. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear inequalities. *SIAM J. Appl. Math.*, 1963, **11**:431~441
- [9] 曾 锐, 刘 洪, 陈世军等. 柯西约束盲反褶积技术在井间地震的应用. *地球物理学进展*, 2004, **19**:166~172  
Zeng R, Liu H, Chen S J, et al. Application of Cauchy-constraint blind deconvolution in cross-hole seismic data processing. *Progress in Geophysics* (in Chinese), 2004, **19**:166~172
- [10] Wang Y F. A restarted conjugate gradient method for ill-posed problems. *Acta Mathematicae Applicatae Sinica*, 2003, **19**:31~40
- [11] Wang Y F, Yuan Y X. Convergence and regularity of trust region methods for nonlinear ill-posed inverse problems. *Inverse Problems*, 2005, **21**:821~838
- [12] Tarantola A. Inverse Problems Theory: Methods for Data Fitting and Model Parameter Estimation. Amsterdam: Elsevier, 1987
- [13] 杨文采. 地球物理反演和地震层析成像. 北京:地质出版社, 1989  
Yang W C. Geophysical Inversion and Seismic Tomography (in Chinese). Beijing: Geological Publishing House, 1989
- [14] Urych T J, Sacchi M D, Woodbury A. A Bayesian tour to inversion. *Geophysics*, 2000, **66**:55~69
- [15] 张宏兵, 杨长春. 正则参数控制下的波阻抗约束反演. *地球物理学报*, 2003, **46**:827~834  
Zhang H B, Yang C C. A constrained impedance inversion method controlled by regularized parameters. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2003, **46**:827~834
- [16] Wang Y F, Yang C C, Li X W. A regularizing kernel-based brdf model inversion method for ill-posed land surface parameter retrieval using smoothness constraint. *Journal of Geophysical Research*, 2008, **113**:D13101
- [17] Lanczos C. Linear Differential Operators. New York: Van Nostrand, 1961
- [18] Trampert J, Leveque J J. Simultaneous iterative reconstruction technique; physical interpretation based on the generalized least squares solution. *Journal of Geophysical Research*, 1990, **95**:12553~12559
- [19] Nolet G. Solving or resolving inadequate noisy tomographic systems. *J. Comp. Phys.*, 1985, **61**:463~482
- [20] Nolet G, Snieder R. Solving large linear inverse problems by projection. *Geophys. J. Int.*, 1990, **103**:565~568
- [21] Murio D A. The Mollification Method and the Numerical Solution of Ill-posed Problems. New York: John Wiley and Sons, 1993
- [22] Backus G, Gilbert J. Numerical applications of a formalism for geophysical inverse problems. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 1967, **13**:247~276
- [23] Backus G, Gilbert J. The resolving power of gross earth data. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 1968, **16**:169~205
- [24] Van Decar J C, Snieder R. Obtaining smooth solutions to large linear inverse problems. *Geophysics*, 1994, **59**:818~829
- [25] 王彦飞. 反演问题的计算方法及其应用. 北京:高等教育出版社, 2007  
Wang Y F. Computational Methods for Inverse Problems and Their Applications (in Chinese). Beijing: Higher Education Press, 2007
- [26] Engl H W, Hanke M, Neubauer A. Regularization of Inverse Problems. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996
- [27] Schuster G T, Hu J X. Green's function for migration: Continuous recording geometry. *Geophysics*, 2000, **65**(1):167~175
- [28] Lecomte I. Resolution and illumination analyses in PSDM: A ray-based approach. *The Leading Edge*, 2008, **27**:650~663
- [29] Tikhonov A N, Arsenin V Y. Solutions of Ill-posed Problems. New York: John Wiley and Sons, 1977
- [30] 肖庭延, 于慎根, 王彦飞. 反问题的数值解法. 北京:科学出版社, 2003  
Xiao T Y, Yu S G, Wang Y F. Numerical Methods for the Solution of Inverse Problems (in Chinese). Beijing: Science Press, 2003

- [31] Nashed M Z. Perturbations and approximations for generalized inverses and linear operators equations. In: Nashed, M. Z. Ed., *Generalized Inverses and Applications*, 1976. 325~396
- [32] Schuster G T. Green's functions for migration. Abstracts of Expanded Abstracts 67th SEG meeting, 1997. 1754~1758
- [33] Stolt R H, Benson A K. *Seismic Migration: Theory and Practice*, Vol. 5, Handbook of Geophysical Exploration, Section I. Seismic Exploration. London: Geophysical Press, 1986
- [34] Yilmaz O. *Seismic Data Processing, Investigations in Geophysics No. 2*. Society of Exploration Geophysicists, Tulsa, Okla, 1987
- [35] Hu J X, Schuster G T, Valasek P A. Poststack migration deconvolution. *Geophysics*, 2001, 66(3):939~952
- [36] Chen J, Schuster G T. Resolution limits of migrated images. *Geophysics*, 1999, 64(4):1046~1053
- [37] Yu J H, Hu J X, Schuster G T, Estill R. Prestack migration deconvolution. *Geophysics*, 71(2):S53~S62, 2006
- [38] 袁亚湘. 非线性规划数值方法. 上海: 上海科学与技术出版社, 1993
- Yuan Y X. *Numerical Methods for Nonlinear Programming (in Chinese)*. Shanghai: Shanghai Science and Technology Press, 1993
- [39] Touati-Ahmed D, Storey C. Efficient hybrid conjugate gradient techniques. *J. Optimization Theory Appl.*, 1990, 64:379~397

(本文编辑 汪海英)