

冻土粒度成分的分形结构特征及其意义^①

易顺民 唐辉明

(中国地质大学, 武汉 430074)

提 要 本文据分形理论, 研究了冻土粒度成分的分形结构特征, 结果表明, 冻土的分维介于2和3之间, 平均值为2.6左右。分维的大小揭示了作为自组织系统的冻土的形成演化特征, 分维可作为描述冻土粒度成分的参数。

关键词 冻土 分形 粒度成分 分维 自组织系统

分形理论自从其建立之日起, 就与实际应用紧密相结合, 已经渗透到自然科学的许多领域。对于冻土而言, 土的粒度成分不仅对其工程地质性质有着明显的影响, 而且由于土颗粒大小导致其比表面积和表面能的不同, 直接影响着土冻结和融化过程中的水分迁移及冻土成冰结构等一系列微观组构的变化。因此, 对冻土粒度成分的分析显得极为重要。本文从分形理论和粒度成分分析相结合的角度, 比较系统地论述了冻土粒度分布的分形结构特征, 将分维作为描述冻土粒度成分的统计参数。以此为基础, 着重讨论了冻土分维值的理论和工程实践意义。

1 冻土粒度成分的分形结构特征

1.1 冻土粒度成分的分维计算方法

分形理论的主体内容是自相似分形, 它反映了自然界中很广泛的一类物质的基本属性, 即局部与局部和局部与整体等在形态、功能、信息及时空结构等方面具有统计意义上的自相似性。在分形集中, 认为维数的变化是连续的, 不一定是整数而可以是分数, 从而产生了测度观的转变, 这是一次质的飞跃, 为研究自然界中的复杂现象提供了一种新的科学方法。冻土是在特定的自然环境中形成的一种特殊土体, 其粒度成分是一种没有特征长度的结构图形, 其分形是建立在一种统计分布上, 即对象的数目按幂次增加的尺度成比例, 这个幂指数就是分维。

一般地讲, 若用半径为 R 的 d 维(欧氏维)小球去度量 d 维空间的某一集合, 如果所需的小球的最小个数 N 随 R 的改变存在以下关系

$$N \propto R^{-D} \quad (1)$$

则指数 D 就是前述的分维值。

^①本文于1994年1月17日收回。

对于冻土颗粒的机械组成, 设 $M(R)$ 为直径小于 R 的颗粒累积质量, M 为样品总质量。则其质量分布函数为

$$\frac{M(R)}{M} \propto R^b \quad (2)$$

对式(2)求导, 则有

$$dM \propto R^{b-1} dR \quad (3)$$

同样, 对式(1)求导得

$$dN \propto R^{-D-1} dR \quad (4)$$

而粒度成分的增加是与增加的质量相关的, 即

$$dM \propto R^3 dN \quad (5)$$

联立式(3), (4)和(5)解得

$$D = 3 - b \quad (6)$$

这表明幂律质量分布等价于分形分布(谢和平, 1992; 刘松玉等, 1992)。

实际上, $M(R)/M$ 就是粒径小于 R 的颗粒的累计百分含量。这样, 由冻土粒度成分的分析结果, 我们只需在 $\log[M(R)/M]$ 与 $\log R$ 的双对数坐标图上找出存在的直线段区间, 说明冻土粒度成分具有分形结构特征, 据其斜率 b 就可以求出冻土粒度分布的分维值。

1.2 冻土粒度成分的分维特征

根据上述理论分析, 我们利用粒度成分的分析资料, 采用最小二乘法测算了西藏、青海、东北及内蒙古等地冻土粒度成分的分维值(表 1), 一般来说, 冻土粒度成分的分维值在 2—3 之间, 平均值为 2.61, 其典型曲线见图 1。

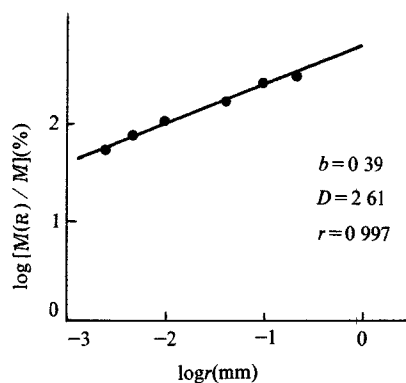


图 1 冻土粒度分布典型曲线与分维

Fig 1 The typical curve of granulometry distribution in frozen soil and fractal dimension

表 1 冻土粒度成分与分维统计表

Table 1 The statistics of granulometric composition and fractal dimension in frozen soil

地 点	深 度 (m)	粒 度 成 分 (%)			粒 径 (mm)				斜 率 (b)	相 关 系 数 (γ)	分 维 (D)
		>0.25	0.25 —0.1	0.1 —0.05	0.05 —0.01	0.01 —0.005	0.005 —0.001	<0.001			
西藏打拉 附近山地	5—30	60.3	25.1		6.2	2.9	2.6	2.9	0.16	0.99	2.84
	30—45	19.2	17.9		12.5	7.3	25.7	17.4	0.51	0.99	2.49
	45—65	20.4	13.2		12.2	7.1	27.4	19.7	0.22	0.94	2.78
西藏阿木岗 南冰碛台地	0—4	56.0	21.8		8.4	0.9	5.6	7.3	0.20	0.93	2.80
	4—13	49.1	22.3		10.4	1.7	5.7	10.8	0.36	0.985	2.64
	13—30	50.2	20.7		11.4	2.8	6.1	8.8	0.31	0.99	2.69
	30—46	47.8	23.5		12.0	1.6	6.7	8.4	0.34	0.99	2.66
	46—50	53.2	12.7		10.5	8.1	6.0	9.5	0.349	0.99	2.651
西藏喀拉木伦 山口东南侧	0—6	28.3	7.7		21.6	5.6	20.6	16.2	0.24	0.95	2.761
	6—14	16.8	16.3		16.6	4.8	12.3	33.2	0.159	0.99	2.841
	14—25	13.2	13.8		10.6	9.5	17.0	36.9	0.14	0.975	2.86
西藏唐古拉 山口西侧	0—5	40.9	22.3		17.0	4.8	9.3	5.7	0.40	0.99	2.60
	5—20	22.3	32.3		15.1	6.0	13.9	10.4	0.346	0.99	2.654
	20—35	21.4	32.2		16.4	5.9	13.0	11.1	0.308	0.99	2.692
西藏绒布寺 西南山地	一层	18.6	36.1		17.6	4.8	8.5	14.4	0.29	0.99	2.71
西藏德母 拉山北坡	15—25	31.6	28.2		27.0	4.0	3.5	5.7	0.45	0.99	2.55
内蒙古临河 市小召乡		0.3		29.2	40.8	6.2	23.5		0.488	0.99	2.512
		0.3		20.4	44.7	10.8	23.8		0.486	0.99	2.514
		0.3		7.7	28.7	18.1	45.2		0.259	0.98	2.741
		0.3		20.5	54.0	10.8	14.4		0.659	0.99	2.341
东北满归		17.11	23.38		19.35	18.65	18.07	3.54	0.327	0.87	2.673
青海热水		1.21	28.59		37.1	9.51		23.59	0.218	0.954	2.782

注 粒度分析资料据中国科学院青藏高原综合科学考察队, 1985, 徐学祖等, 1991。

2 冻土粒度成分分形的研究意义

2.1 分维反映了冻土的形成演化特征

冻土是在特定的地理与气候环境下长期发展的产物, 其与地理及气候相适应的分布规律, 决定了冻土的空间分布状态, 可用多变量函数表示

$$H = f(W, J, G) \quad (7)$$

式中: H 为冻土分布情况, W, J, G 分别为纬度、经度及高度的方向变化。

不同的冻土地区, 由于其纬度、经度及海拔不同, 说明作为一个自然客体的冻土, 其形成演化都具有相应的耗能水平。当外界能量与物质的交换达到一定值时, 使冻土系统不能依靠老的无序来耗散外界传递给系统的物质与能量, 被迫改变自身的结构状态来耗散输入的能量和物质, 这种新的结构就是耗散结构, 这一现象称自组织现象。因此, 冻土粒度分布的分维表示了冻土耗散结构的自相似性, 也就是说, 冻土是一个开放的自组织系统, 产生冻土分形结构的物理机制是耗散结构。

冻土的粒度成分具有统计意义上的自相似性, 其自组织特征指的是在没有外界特定的干预下, 冻土系统所获得的空间上、时间上或功能上的结构特征。这样的系统存在着对其演化起主导作用的自由度, 其大小表征了系统的有序程度, 称为序参量(刘松玉等, 1992; 哈肯, 1988)。由于冻土的分维值高低与形成冻土的地理地质及气候演化环境密切相关, 故可以将分维作为描述系统自组织程度的序参量。冻土的粒度成分是影响冻土发育程度的基本因素, 是造成冻土在垂直方向上和水平方向上力学性质存在差异的控制性结构因素。冻土粒度分布的分形结构, 是在非平衡条件下经一定动力学过程形成的, 分形结构的特征反映了形成过程的机制, 反映了冻土粒度成分和级配特征的几何意义。据我们对西藏聂拉木 12 组冻土样品的研究, 发现分维值小时, 大颗粒周围小颗粒少, 多为骨架式结构, 冰晶颗粒或其聚集体大都均匀分布于其孔隙之间, 使两者互相胶结, 成为均匀块体状的冻土结构; 分维值大时, 大颗粒周围多被小颗粒包围, 单位体积内颗粒接触点多, 冰晶颗粒或其聚集体分布复杂, 易形成非均匀的混合冻土结构。因此可以认为, 分维表征了冻土的发展演化特征, 用分维来描述冻土粒度成分特征是比较合适的。对同一类型的冻土而言, 在一定的演化环境下, 分维值高的冻土, 说明其自组织程度高, 相对于分维值低的冻土, 是冻土发展演化的高级阶段。

2.2 分维表征了冻土的工程地质特征

冻土与未冻土的本质区别是在于冻土中含有冰晶或其聚集体, 导致冻土的工程地质性质与未冻土相比, 产生较大的差异, 其物理力学性质指标差别较明显。据对西藏聂拉木县和内蒙古小召乡 16 组冻土样品的分维值同液限(W_l)、塑限(W_p)、塑性指数(I_p)及抗剪强度(τ)等(表 2)进行回归分析, 得出如下关系

$$W_l(\%) = -76.7948 + 40.7145D \quad R = 0.902 \quad (8)$$

$$W_p(\%) = -24.7767 + 16.8673D \quad R = 0.863 \quad (9)$$

$$I_p = -52.0181 + 23.8473D \quad R = 0.902 \quad (10)$$

$$\tau (\text{kg/cm}^2) = 8.3023 - 2.6459D \quad R = 0.942 \quad (11)$$

并且除塑限(W_p)外, 其余相关系数 R 均超过 0.9, 说明冻土的分维值同其物理力学性质指标有较好的相关性, 但较一般土而言, 其相关性相对要差一些。据对武汉地区 60 组粘土的分析研究, 上述相对应的回归分析相关系数均在 0.95 以上, 这些正反映了冻土粒度组成的复杂性特征和冻结作用的影响。尽管如此, 分形理论仍为研究冻土的工程地

表 2 冻土分维与物理力学性质指标

Table 2 The fractal dimension and indexes of physical and mechanical property of frozen soil

地 点	液 限 (W_L)	塑 限 (W_P)	塑性指数 (I_P)	抗剪强度(τ) (kg/cm^2)	分 维 (D)	相关系数 (R)	资料来源
内 蒙 古 小 召 乡	24.2	18.0	6.2		2.512	0.99	徐学祖等, 1991
	25.8	18.1	7.7		2.514	0.99	
	35.1	21.7	13.4		2.741	0.98	
	26.5	18.7	7.8		2.341	0.99	
西 藏 聂 拉 木 县 冲 堆	19.1	13.6	5.5	1.58	2.457	0.99	实 测 资 料
	28.3	17.8	10.5	1.46	2.611	0.99	
	37.4	22.8	14.6	0.91	2.794	0.99	
	36.2	19.7	16.5	0.97	2.768	0.99	
	26.7	18.8	7.9	1.49	2.588	0.99	
	29.3	20.7	8.6	1.38	2.653	0.99	
	38.9	23.8	15.1	0.79	2.811	0.99	
	39.7	24.3	15.4	0.74	2.823	0.99	
	43.4	25.1	18.3	0.62	2.851	0.99	
	25.7	16.4	9.3	1.53	2.581	0.99	
	31.3	19.1	12.2	1.29	2.719	0.97	
34.7	22.1	12.6	1.12	2.752	0.97		

质性质提供了新的数学基础。

冻土在冻结过程中形成的各种构造,大大增加了冻土的不均匀性,使其粒度分布更为复杂。分维表征了冻土孔隙及结构等特征,反映了冻土的演化发展历史,揭示了冻土物理力学性质差异的本质。随着冻土分维与力学性质关系研究的深入,分维有可能成为冻土工程分类的定量表示指标。

冻土的冻胀是由于土的冻结作用而造成的体积膨胀现象。冻土的分形结构实质上表示了这一系统物质组成的空间结构,冻土的分维值不同,冻结过程中水分迁移的特征也不相同,反映了冻土在冻结过程中的热学及力学性质的变化影响。据我们对同一地点的细颗粒冻土的实验分析,发现同一类型的细颗粒冻土,特别是粉质粘土中,分维大,冻胀性强;分维小,冻胀性弱。需要指出的是,由于我们对粗颗粒冻土未作系统的实验分析,这种讨论对粗颗粒土是否适用尚需进一步研究。

上述分析表明,对冻土粒度分布的分形研究,无论是在工程实践上,还是在学科理论方面,都有很重要的意义。

综上所述,可以得出如下认识:

(1) 冻土是一个开放的自组织系统,其粒度成分的组成具有分形结构,分维是定量表示冻土粒度分布特征参数,分维的大小反映了冻土的发展演化特征。

(2) 冻土的分维值一般在 2—3 之间, 平均值约为 2.6 左右, 分维大, 说明其自组织程度高, 分维不仅在一定程度上反映了冻土物理学性质的内在本质, 而且还体现了细颗粒冻土中同类型冻土的冻胀机理特征, 分维可能成为冻土工程分类的一个合适指标。

(3) 冻土是在特定地质环境中形成的特殊土体, 分维表征了冻土的工程地质特征。分维作为冻土粒度分布的表示参数, 物理意义明确, 显示出了粒度成分的复杂性特点及非常好的非线性作用特征, 对进一步认识冻土的工程地质性质, 有着很重要的作用。

总之, 分形理论是解决复杂现象的一种有效方法。分形在冻土中的应用研究仅处于起步阶段, 有许多工作有待于我们去进一步探索。尽管如此, 分形用于冻土的研究将有助于解决冻土地区的岩土工程中的复杂性问题, 必将在冻土学科理论方面产生新的认识。

参 考 文 献

- 中国科学院青藏高原综合科学考察队, 1985 西藏土壤 北京 科学出版社, 60—64
刘松玉、方磊, 1992 试论粘性土粒度分布的分形结构 工程勘察, 19(2) 1—4
徐学祖、邓友生, 1991 冻土中水分迁移的实验研究 北京 科学出版社, 44—75
谢和平, 1992 分形几何及其在岩土力学中的应用 岩土工程学报, 14(1) 14—24
哈肯 H 著, 罗久理等译, 1988 信息与自组织 成都 四川教育出版社, 18—92

Fractal Structure Features of Granulometric Composition in Frozen Soil and Its Significance

Yi Shunmin and Tang Huiming

(China University of Geosciences, Wuhan)

Abstract

Fractal structure features of granulometric composition in frozen soil are studied based on the fractal theory. The result shows that the fractal dimension of frozen soil is between 2 to 3, and its average value is about 2.6. The fractal dimension denotes the evolution properties of frozen soil as a selforganizing system. It may be a parameter describing the granulometric composition in frozen soil.

Key words: frozen soil, fractal, granulometric composition, fractal dimension, selforganizing system