

## 基于移动曲面拟合方法的 GPS 高程转换\*

丁海勇<sup>1)</sup> 杨延珍<sup>2)</sup> 王新志<sup>1)</sup> 王晓英<sup>1)</sup>

(1)南京信息工程大学遥感学院,南京 210044  
(2)山东交通学院土木工程系,济南 250023

**摘要** 为提高 GPS 高程转换的精度,采用移动曲面拟合方法进行分区拟合,以待定点为圆心,设定区域半径,利用区域中的已知数据点拟合出一个二次曲面,并针对曲面拟合中的病态法方程求解的问题,利用岭估计算法进行求解。数值试验表明,移动曲面拟合算法切实可行,且具有较高的 GPS 转换精度。

**关键词** 移动曲面拟合;大地高;高程异常;病态方程;正常高

中图分类号:P227

文献标识码:A

### GPS HEIGHT TRANSFORMATION BASED ON MOVING SURFACE FITTING

Ding Haiyong<sup>1)</sup>, Yang Yanzhen<sup>2)</sup>, Wang Xinzhi<sup>1)</sup> and Wang Xiaoying<sup>1)</sup>

(1)School of Remote Sensing, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044  
(2)Civil Engineering Department, Shandong Jiaotong University, Jinan 250023

**Abstract** To improve the accuracy of GPS height transformation from geodetic height to normal height, the moving surface fitting algorithm is presented to fit every sub-region. The point whose normal height is unknown is selected as the circle center. Given the original value of the region semi-diameter, a conicoid is fitted by use of the known points in the region. For the ill-posed equations appeared during the surface fitting, ridge estimation algorithm is used to improve the accuracy of parameter estimation. Some numerical experiments show the feasibility and higher accuracy of moving surface fitting algorithm by compared with other methods.

**Key words:** moving surface fitting; geodetic height; elevation anomaly; ill-posed equation; normal height

## 1 前言

随着技术的发展和精度的提高,利用 GPS 获取地面点的高程数据的方法已经在工程中得到广泛的应用, GPS 已经成为现代测量工作中的一个全新的工具。GPS 所采用的坐标系是 WGS84 坐标系,其获得的高程数据是基于参考椭球面的,需要将 GPS 获得的大地高转换为以似大地水准面为基准的正常高。似大地水准面与参考椭球面之间的差距称为高程异常<sup>[1]</sup>,一般用  $\xi$  表示,它与大地高  $H_{gd}$  和正常高

$H_n$  之间的关系为:

$$H_n = H_{gd} - \xi \quad (1)$$

根据所获取的大地高估计高程异常成为 GPS 高精度测量中必须要解决的一个重要问题,研究人员采用了多种方法对高程异常进行估计,常见的算法包括:神经网络方法、曲面拟合方法、插值算法、考虑大地重力场的高程异常估计算法等。神经网络方法对 GPS 水准联测点数目要求较少,能解决已知点较少的测区 GPS 高程转换问题,但是传统的 BP 算法易形成局部极小,使训练陷入瘫痪且收敛速度慢,

\* 收稿日期:2010-05-17

基金项目:南京信息工程大学校科研基金(90207)

作者简介:丁海勇,男,博士,研究方向:遥感图像处理. E-mail:hyongd@163.com

影响GPS高程转换的效率。针对BP神经网络高程拟合的不足,人们进行了多种形式的改进,朱卫东等<sup>[1]</sup>提出在标准BP神经网络的基础上增加一个数据输入转换层,然后利用标准化动量BP算法进行高程异常估计。文献[2]提出将曲面拟合与BP神经网络相结合进行高程转换的算法,数值试验表明该算法具有一定的优越性。文献[3]讨论了基于地球位模型和BP神经网络的GPS高程转换方法,利用地球位模型估计较高精度的似大地水准面中、长波部分,对剩余的高程异常利用BP神经网络进行拟合。文献[4]提出利用小波分析和Kriging方法相结合进行GPS高程转换的算法,数值试验结果表明该算法估计正常高的精度较高。文献[5]利用支持向量机进行了GPS高程转换的研究。高伟<sup>[6]</sup>针对地形变化复杂或较大的区域,提出利用分区曲面拟合的方法进行GPS高程转换,利用拟合模型的连接关系,采用平滑连接的方法连接不同的分区,取得了较好的效果。

移动曲面拟合方法是一种高程拟合算法,在进行数值高程模型插值中得到了较好的应用,但是移动曲面拟合方法在GPS高程转换中较少讨论,本文对该方法进行了分析,针对移动曲面拟合过程中的病态矩阵计算问题,采用岭估计算法获得了精度较高的解算结果,并利用数值试验讨论该方法的有效性。

## 2 移动曲面拟合与岭估计

### 2.1 移动曲面拟合

移动曲面拟合算法是一种分区拟合的算法,在不同的插值点的小邻域范围内分别采用二次曲面进行拟合,邻域的半径利用待插值点到其周围点的平面距离来估计<sup>[7]</sup>。

设待插值点为 $P$ ,设邻域半径为 $R$ ,以点 $P$ 为圆心、 $R$ 为半径作圆,到插值点 $P$ 的距离小于邻域半径 $R$ 的点作为拟合模型时的数据点。设小邻域对应的曲面为二次曲面,其方程为:

$$Z = Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F \quad (2)$$

则 $P_i$ 点对应的误差方程为

$$v_i = A\bar{X}_i^2 + B\bar{X}_i\bar{Y}_i + C\bar{Y}_i^2 + D\bar{X}_i + E\bar{Y}_i + F - Z_i \quad (3)$$

由 $n$ 个数据点列出误差方程为

$$v = MX - Z \quad (4)$$

其中

$$v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} \bar{X}_1^2 & \bar{X}_1\bar{Y}_1 & \bar{Y}_1^2 & \bar{X}_1 & \bar{Y}_1 & 1 \\ \bar{X}_2^2 & \bar{X}_2\bar{Y}_2 & \bar{Y}_2^2 & \bar{X}_2 & \bar{Y}_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \bar{X}_n^2 & \bar{X}_n\bar{Y}_n & \bar{Y}_n^2 & \bar{X}_n & \bar{Y}_n & 1 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} A \\ B \\ \vdots \\ F \end{bmatrix}, Z = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ \vdots \\ Z_n \end{bmatrix} \quad (5)$$

计算每个数据点对待插值点的权 $p_i$ ,利用数据点到待插值点的距离函数作为权的估计方式。数据点到插值点的距离越小,数据点对插值点的高程的贡献越大,相应的权重应当增大;反之,距离越大,数据点对插值点的高程的贡献越小,权重应相对减小。常用的权函数有

$$p_i = \frac{1}{d_i^2}, p_i = \left(\frac{R-d_i}{d_i}\right)^2, p_i = e^{-\frac{d_i}{R}} \quad (6)$$

由误差方程构造目标函数为

$$v^T P v = (MX - Z)^T P (MX - Z) \quad (7)$$

由目标函数对未知向量 $X$ 求偏导数后转化为法方程求解,即未知数的解为

$$X = (M^T P M)^{-1} M^T P Z \quad (8)$$

### 2.2 岭估计

在DEM高程内插时,为保证内插计算的精度,要求在待插点的邻域内至少包含6个数据点来求解6个未知数,但是,在GPS高程转换时,所获取的数据点的分布相对较稀疏,在邻域范围内未必能够找到6个数据点,这时的系数矩阵 $M^T P M$ 的条件数较大,使得方程组表现出病态性质,直接求解会导致结果不稳定,如果扩大邻域的范围时又会导致待插值点的拟合精度较差。为解决这个问题,在保证邻域中存在一定数量的数据点的条件下,本文采用岭估计方法对病态法方程进行求解。

设观测方程为

$$V = A\hat{X} + L \quad (9)$$

对参数向量 $\hat{X}$ 的最小二乘估计为

$$\hat{X}_{LS} = (A^T A)^{-1} A^T L \quad (10)$$

当矩阵 $A^T A$ 的条件数较大时,矩阵呈现病态性,利用岭估计求解的公式为

$$\hat{X}(k) = (A^T A + kI)^{-1} A^T L \quad (11)$$

其中, $k$ 为岭参数, $I$ 为单位矩阵。

利用移动曲面拟合方法进行GPS高程转换的计算过程为:

1) 数据转换。由于点的坐标值和高程异常值相对较大,为保证计算的精度,需要将点的坐标和高程异常值转换为区间 $[0, 1]$ 之间的数,转换公式为

$$x^{new} = \frac{x^{old} - \text{mean}(x^{old})}{\text{std}(x^{old})}, \text{或} \\ x^{new} = 2 \times \frac{x^{old} - \min(x^{old})}{\max(x^{old}) - \min(x^{old})} + 1 \quad (12)$$

2) 给定邻域半径的初始值为 $R_0$ ,计算待插值点

到每个数据点的距离并找到距离的最小值  $\min_d$ , 若邻域半径  $R_0$  小于  $\min_d$ , 增大邻域半径使邻域中能够包含数据点;

3) 选取邻域中的数据点, 构造系数矩阵  $M$  和常数向量  $Z$ ;

4) 计算邻域中的数据点的权重  $p_i$ , 构造权重矩阵  $P$ ;

5) 选取岭参数, 对病态的参数估计方程利用岭估计算法求解;

6) 移动曲面, 对待插值点逐点进行 GPS 高程转换。

### 3 数值试验与结果分析

#### 3.1 算例 1

利用文献[1]中的数据(表 1)将所有点的坐标进行归一化处理显示在图 1 中, 其中前 10 个点表示已知高程异常点, 用菱形符号表示, 用加号表示的后 7 个点的高程异常值作为检核条件, 对算法的性能进行评价。程序运行过程中设置邻域半径初始值为 0.6, 若待定点到所有已知点的距离最小值小于 0.6, 则增大邻域半径为 1.6。

表 1 点的坐标、高程异常(单位:m)

Tab.1 Coordinates of points and height anomaly(unit:m)

点号	$x$	$y$	$\xi$
8	3 566 375	499 179.74	21.034 4
23	3 566 854.849	498 567.506	21.0076
10	3 566 324.251	498 659.474	21.017 2
5	3 563 826.318	499 348.917	21.056
7	3 564 312.203	500 321.498	21.085 6
11	3 564 001.762	500 035.27	21.078 9
22	3 567 961.396	498 691.018	20.997 8
26	3 567 524.909	500 219.017	21.051 6
4	3 565 549.066	498 813.558	21.028 5
28	3 568 016.26	499 235.369	21.013 8
2	3 565 858.08	499 248	21.043 2
3	3 564 029.592	499 613.378	21.065 4
6	3 566 091.401	499 632.434	21.055 4
9	3 564 827.161	500 392.773	21.082 6
21	3 566 814.669	499 080.199	21.027 3
1	3 564 231.786	499 937.723	21.074
20	3 567 660.247	499 189.334	21.017

后 7 个点的高程异常估计值和误差在表 2 中给出, 由此可以看出 6 号点的误差较大, 为  $-3.331$  mm, 其次是 9 号点, 误差为  $2.0475$  mm, 2 号点误差最小, 为  $0.0549$  mm。这也可以由图 1 看出, 6 号点到所有已知点的距离相对较大, 到 8 号点的距离是最小的; 9 号点到已知点的距离也相对较大, 因此误差也相对较大。所有点的误差的平均值为

$-0.1232$  mm, 标准差为  $1.7772$ , 这与文献[1]中介绍的算法的计算精度基本相当, 比其他算法的精度要高。

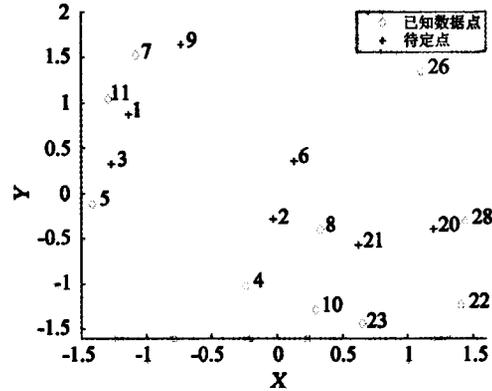


图 1 已知数据点和待定点的空间分布(算例 1)

Fig.1 Spatial distribution of known and unknown points (for case 1)

#### 3.2 算例 2

数据为某大桥两端的实测数据。在大桥建设之前, 在两端首先建立若干个二等水准点, 同时获得这些点的 GPS 大地高, 从而得到这些点的高程异常值。由于数据点分布在桥的两端, 只选取一端的数据集进行试验, 从中选取部分点作为已知高程异常的数据点, 其余的点作为高程待定点, 对文中的移动曲面拟合算法进行评价。在进行数据归一化处理, 数据点和待插值点的空间分布在图 2 中给出, 用菱形符号表示的是 7 个已知数据点, 用加号表示的是 6 个高程未知的待定点。

待定点到已知点的权重在表 3 给出, 可以看出, 待定点到其前后相邻点的权重较小, 到前后不相邻点的权重相对较大, 为此, 设邻域半径初始值为 0.75, 运行程序后得到待定点的高程拟合值, 如表 4 所示。高程拟合的最大误差出现在 12 号点, 误差值

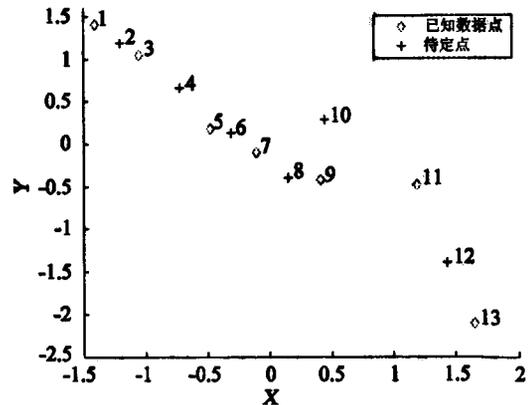


图 2 已知数据点和待定点的空间分布(算例 2)

Fig.2 Spatial distribution of known and unknown points (for case 2)

表 2 高程的估计值及其误差(算例 1)

Tab. 2 Estimated values and errors of height( for case 1)

点号	2	3	6	9	21	1	20
真实值(m)	21.043 2	21.065 4	21.055 4	21.082 6	21.027 3	21.074 0	21.017
估计值(m)	21.043 3	21.064 9	21.052 1	21.084 6	21.026 1	21.075 0	21.018 0
误差(mm)	0.054 9	-0.531 3	-3.331 0	2.0475 0	-1.164 9	1.030 4	1.032 2

表 3 待定点到已知数据点的权重矩阵

Tab. 3 Weighted matrix between the unknown points and known points

	1	3	5	7	9	11	13
2	0.294 4	0.210 0	1.247 8	1.688 8	2.284 3	2.918 8	4.362 7
4	1.009 8	0.505 7	0.542 3	0.973 7	1.570 2	2.227 8	3.647 4
6	1.685 2	1.182 0	0.175 5	0.297 5	0.905 5	1.615 5	2.971 4
8	2.381 9	1.878 6	0.850 4	0.399 3	0.262 6	1.044 7	2.274 8
10	2.163 6	1.680 9	0.927 3	0.671 8	0.714 2	1.068 5	2.683 7
12	3.988 2	3.483 9	2.473 7	2.017 4	1.409 9	0.947 8	0.749 1

表 4 高程估计值及其误差(算例 2)

Tab. 4 Estimation values and errors of height( for case 2)

点号	2	4	6	8	10	12
真实值(m)	9.906 0	9.857 0	9.812 0	9.773 0	9.756 0	9.640 0
估计值(m)	9.900 7	9.853 7	9.817 9	9.766 6	9.761 2	9.633 5
误差(mm)	-5.340 3	-3.332 3	5.917 4	-6.447 4	5.245 3	-6.514 0

为 -6.514 0 mm,由图 2 可以看出,12 号点到 11 号点和 13 号点的距离较远,而在邻域内只有 13 号点可用,从而导致 12 号点的高程估计的误差较远。而误差的平均值为 -1.745 2 mm,方差为 5.794 4 mm,说明了移动曲面拟合算法在 GPS 高程转换中具有较好的效果。

### 4 结语

移动曲面拟合方法是一种分区拟合算法,分别以待定点为圆心,通过设定邻域半径,利用邻域范围内已知高程数据点,用二次曲面来模拟高程曲面。对于病态法方程的情形,通过设置岭参数,利用岭估计算法进行求解,避免了病态法方程求解中的不稳定现象。数值试验表明该算法在 GPS 高程转换中具有较高的精度。

### 参 考 文 献

- 1 朱卫东,李全海. 基于标准化动量 BP 神经网络的 GPS 高程转换[J]. 大地测量与地球动力学, 2010, (1): 123 - 125. (Zhu Weidong and Li Quanhai. Conversion of GPS height based on standardization momentum BP neural network [J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2010, (1): 123 - 125)
- 2 Hu Wusheng and Sha Yuejin. Converting GPS height by a new method based on neural networks[J]. Journal of South-east University, 2003, 19(1): 53 - 57.

- 3 张杰. 用地球位模型和 BP 神经网络转换 GPS 高程[J]. 测绘科学技术学报, 2009, 26(6): 407 - 409. (Zhang Jie. Conversion of GPS height using geopotential model and BP neural networks [J]. Journal of Geomatics Science and Technology, 2009, 26(6): 407 - 409)
- 4 焦明连, 蒋廷臣. 基于小波方法和 Kriging 估计的 GPS 高程转换[J]. 大地测量与地球动力学, 2008, (2): 100 - 103. (Jiao Minglian and Jiang Tingchen. A conversion method of GPS height based on Kringing algorithm and wavelet[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2008, (2): 100 - 103)
- 5 董玉磊, 高飞. 支持向量机方法在 GPS 高程转换中的应用[J]. 山东理工大学学报, 2007, 21(3): 90 - 92. (Dong Yulei and Gao Fei. The application of support vector machine method in GPS height transformation [J]. Journal of Shandong University of Science and Technology, 2007, 21(3): 90 - 92)
- 6 高伟, 徐绍铨. GPS 高程分区拟合转换正常高的研究[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2004, 29(10): 908 - 911. (Gao Wei and Xu Shaoquan. Subregional fitting and transforming GPS height into normal height [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2004, 29(10): 908 - 911)
- 7 张祖勋, 张剑清. 数字摄影测量学[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 1997. (Zhang Zuxun and Zhang Jianqing. Digital photogrammetry [M]. Wuhan: Wuhan University Press, 1997)