

离散裂缝性油藏数值模拟方法

张允¹, 袁向春¹, 姚军², 康志江¹, 崔书岳¹

(1. 中国石油化工股份有限公司石油勘探开发研究院, 北京 100083; 2. 中国石油大学(华东)石油工程学院, 山东东营 257061)

摘要:针对存在控制油水流动方向的离散裂缝性油藏难以进行数值模拟的问题, 提出对该类油藏进行数值模拟的改进方法; 在离散裂缝网络模型的基础上, 分别给出流体在裂缝-基质和裂缝间的窜流方程, 建立含有该窜流项的基岩系统和裂缝系统的数学模型, 并采用有限单元法进行数值求解, 得到包含时间项的压力和饱和度的总特征矩阵方程。模拟检验结果表明该方法具有良好的模拟效果。

关键词:裂缝性油藏; 离散裂缝网络模型; 数值模拟; 有限单元法

中图分类号: TP301.6, TE119 文献标识码: A 文章编号: 1000-1891(2010)03-0080-06

目前, 对裂缝性油藏的数值模拟研究主要包括双重介质模型和离散裂缝网络模型方法。双重介质方法由 Warren J E 等^[1]首次提出, Kazemi H^[2]在双重介质模型研究中引入多相流, Gilman J R 等^[3-4]采用双重介质模型对流体在裂缝及重力项等问题进行研究, 人们不断进行更加深入的研究^[5-6]。由于双重介质模型本身假设条件的限制, 难以对裂缝发育非均质性强、连续性较差的油藏, 或虽互不连接但控制油藏中流体流动方向和规模的大裂缝进行模拟。利用离散的裂缝网络系统分别模拟基质岩块系统和裂缝系统, 能更准确地描述裂缝性油藏的非均质性。Dershowitz B、Lee S E、Karimi-Fard M 等^[7-9]对离散裂缝网络模型方法进行初步研究, 为了准确地进行裂缝性油藏数值模拟, 笔者提出改进的离散裂缝网络模型和计算方法, 取得较好的模拟效果。

1 离散裂缝网络模型

离散裂缝网络 (Discrete Fracture Network, 简称 DFN) 模型对裂缝进行显式处理^[10] 见图 1。采用复合网络的离散化方法, 即对基岩采用三角形单元进行离散, 对裂缝采用线单元进行离散; 在对整个区域进行积分时, 基岩上处理方法不变, 裂缝上进行降维处理, 即每条裂缝在比基岩少一维上进行积分, 只是在积分前增加一个裂缝开度作为系数。

其离散裂缝流动模型的积分形式为

$$\iint_{\Omega} \text{FEQ} d\Omega = \iint_{\Omega_m} \text{FEQ} d\Omega_m + \int_{\bar{\Omega}_f} \text{FEQ} d\bar{\Omega}_f = \iint_{\Omega_m} \text{FEQ} d\Omega_m + e \times \int_{\Omega_f} \text{FEQ} d\Omega_f,$$

式中: FEQ 为基岩和裂缝介质的流动方程; Ω 为整个积分区域, 即包含基岩和裂缝的区域; Ω_m 为基岩区域; Ω_f 为裂缝区域; $\bar{\Omega}_f$ 为整个积分区域裂缝部分的一维实体; e 为裂缝的开度。

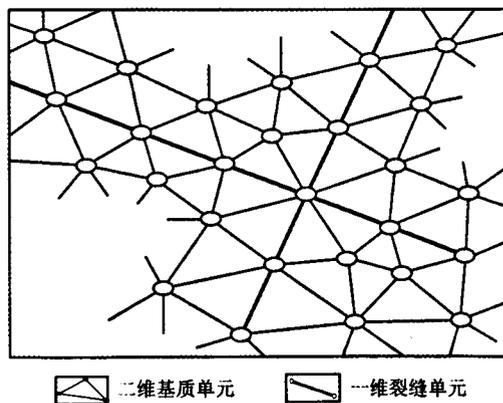


图1 离散裂缝介质的离散化方法

收稿日期: 2010-03-10; 审稿人: 张继成; 编辑: 任志平 张兆虹

基金项目: 国家“973”重点基础研究发展计划项目(2006CB202400)

作者简介: 张允(1978-), 男, 博士, 主要从事油气田开发工程方面的研究。

2 数学模型

在二维平面内采用离散裂缝网络模型进行油水两相流数值模拟。假设条件:基岩中的流体和岩石微可压缩;考虑毛细管力的作用;油井以定产量生产;油藏为封闭外边界。

2.1 基岩系统

根据质量守恒定律、达西定律等得到基岩系统的数学模型^[8]为

$$\nabla \cdot (\lambda_o \nabla p_o) + q_{ov} - \delta_{n_i} q_{ovn_i}^* = \phi \frac{\partial S_o}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot (\lambda_w \nabla p_w) + q_{wv} - \delta_{n_i} q_{wvn_i}^* = \phi \frac{\partial S_w}{\partial t}, \quad (2)$$

$$S_o + S_w = 1, \quad (3)$$

$$p_c = p_o - p_w, \quad (4)$$

式(1~4)中: p 为压力; S 为饱和度; ϕ 为孔隙度; n_i 为裂缝性油藏中裂缝编号; $q_{ovn_i}^*, q_{wvn_i}^*$ 为编号 n_i 的裂缝和基岩间的窜流量; o, w 分别为油相和水相; λ 为流体流度, $\lambda_o = K \frac{K_{ro}}{\mu_o}, \lambda_w = K \frac{K_{rw}}{\mu_w}, K$ 为渗透率, K_{ro}, K_{rw} 分别为油相和水相相对渗透率, μ 为流体黏度; δ_{n_i} 为 Delta 函数:

$$\begin{cases} \delta_{n_i} = 1, \text{基岩中与编号为 } n_i \text{ 的裂缝发生窜流的节点;} \\ \delta_{n_i} = 0, \text{基岩中其他节点.} \end{cases}$$

2.2 裂缝系统

根据质量守恒定律、达西定律等得到裂缝系统的数学模型为

$$\frac{\partial}{\partial l_{n_i}} \left(\lambda_o \frac{\partial p_{n_i}}{\partial l_{n_i}} \right) + q'_{ovn_i} + \delta_{n_i} q_{ovn_i}^* + \delta_{mn_i k_i} \tau_{ovn_i k_i} = \phi_{n_i} \frac{\partial S_{on_i}}{\partial t}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial l_{n_i}} \left(\lambda_w \frac{\partial p_{n_i}}{\partial l_{n_i}} \right) + q'_{wvn_i} + \delta_{n_i} q_{wvn_i}^* + \delta_{mn_i k_i} \tau_{wvn_i k_i} = \phi_{n_i} \frac{\partial S_{wn_i}}{\partial t}, \quad (6)$$

$$S_{wn_i} + S_{on_i} = 1, \quad (7)$$

式(5~7)中: l_{n_i} 为沿第 n_i 条裂缝方向长度; $\tau_{ovn_i k_i}, \tau_{wvn_i k_i}$ 为裂缝 n_i 和裂缝 k_i 之间的窜流量; $\delta_{mn_i k_i}$ 为 Delta 函数:

$$\begin{cases} \delta_{mn_i k_i} = 1, \text{裂缝 } n_i \text{ 和裂缝 } k_i \text{ 的交点;} \\ \delta_{mn_i k_i} = 0, \text{裂缝中其他节点.} \end{cases}$$

2.3 油藏内窜流系统

2.3.1 基岩-裂缝间窜流

设每条裂缝端点处基岩压力 p_{mn_i} 和裂缝压力 p_{ln_i} 分别相等^[8](见图 2),即

$$p_{mn_i} = p_{ln_i}. \quad (8)$$

根据图 2,由基岩结点向第 n_i 条裂缝上结点窜流方程为

$$q_{on_i}^* = \frac{l \cdot h \cdot K_m}{\mu_o} \frac{(p_o - p_{n_i})}{d} = \lambda_o \left(\frac{p_o - p_{n_i}}{d} \right), \quad (9)$$

$$q_{wn_i}^* = \frac{l \cdot h \cdot K_m}{\mu_w} \frac{(p_w - p_{n_i})}{d} = \lambda_w \left(\frac{p_w - p_{n_i}}{d} \right), \quad (10)$$

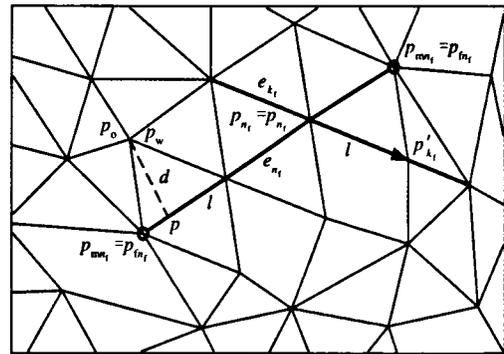


图 2 基岩-裂缝间窜流示意

式中: $q_{on_i}^*, q_{wn_i}^*$ 分别为基岩上结点向裂缝上结点的油相和水相窜流量; l 为从基岩向第 n_i 裂缝上窜流的结

点线单元网格的长度; d 为第 n_i 条裂缝上结点和与其窜流的基岩上结点的距离; h 为油层厚度; K_m 为基岩渗透率.

2.3.2 裂缝间窜流

设裂缝 n_i 与 k_i 相交处的压力相等(见图2),即

$$p_{n_i} = p_{k_i}. \quad (11)$$

根据图2,由第 n_i 条裂缝与第 k_i 条裂缝相交的结点向第 k_i 条裂缝上临近结点的窜流方程为

$$\tau_{ov_{n_i k_i}} = \frac{e_{k_i} \cdot h \cdot K_{n_i}}{\mu_o} \frac{(p_{n_i} - p_{k_i})}{l} = \lambda_o \frac{(p_{n_i} - p_{k_i})}{l}, \quad (12)$$

$$\tau_{wv_{n_i k_i}} = \frac{e_{k_i} \cdot h \cdot K_{n_i}}{\mu_w} \frac{(p_{n_i} - p_{k_i})}{l} = \lambda_w \frac{(p_{n_i} - p_{k_i})}{l}, \quad (13)$$

式中: $\tau_{ov_{n_i k_i}}, \tau_{wv_{n_i k_i}}$ 分别为由第 n_i 条裂缝与第 k_i 条裂缝相交的结点向第 k_i 条裂缝上临近结点的油相和水相窜流量; p_{n_i}, p_{k_i} 分别为裂缝 n_i 和裂缝 k_i 结点处的压力; K_{n_i} 为第 n_i 条裂缝渗透率.

3 有限元数值分析

3.1 基岩系统单元

由式(1)~(4)和式(9)~(10)可得方程为

$$\nabla \cdot ((\lambda_w + \lambda_o) \nabla p_o) = \nabla \cdot (\lambda_w \nabla p_c) - (q_{ov} + q_{wv}) + \frac{\delta_{n_i}}{d} (\lambda_o + \lambda_w) (p_o - p_{n_i}) - \frac{\delta_{n_i}}{d} \lambda_w p_c, \quad (14)$$

$$\phi \frac{\partial S_o}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda_o \nabla p_o) + q_{ov} - \frac{\delta_{n_i} \lambda_o}{d} (p_o - p_{n_i}). \quad (15)$$

3.1.1 油藏压力有限元方程

采用虚位移原理^[8]将式(14)化为微分方程的积分弱形式,其压力分布 $p_o(x, y, t)$ 在满足边界条件下的泛函^[9]为

$$I = \iint_{\Omega} \frac{1}{2} (\lambda_o + \lambda_w) (\nabla p_o)^2 d\Omega + \iint_{\Omega} \frac{1}{2} \frac{\delta_{n_i}}{d} (\lambda_o + \lambda_w) p_o^2 d\Omega - \iint_{\Omega} \lambda_w \nabla p_c \cdot \nabla p_o d\Omega - \iint_{\Omega} \frac{\delta_{n_i}}{d} \lambda_w p_c p_o d\Omega - \iint_{\Omega} \frac{\delta_{n_i}}{d} (\lambda_o + \lambda_w) p_{n_i} p_o d\Omega - \iint_{\Omega} (q_{ov} + q_{wv}) p_o d\Omega. \quad (16)$$

在每个单元上对泛函 $I^{(e)}$ 取极值,则单元上的压力方程为

$$\mathbf{H}^{(e)} p_o^{(e)} = \boldsymbol{\varphi}^{(e)}, \quad (17)$$

式中: $\mathbf{H}^{(e)}, \boldsymbol{\varphi}^{(e)}$ 分别为基岩系统压力的单元特性矩阵和列阵.

3.1.2 油藏饱和度有限元方程

采用虚位移原理将式(15)化为微分方程的积分弱形式,其油藏饱和度分布 $S_o(x, y, t)$ 在满足边界条件下的泛函为

$$I' = \iint_{\Omega} \phi \frac{\partial S_o}{\partial t} S_o d\Omega + \iint_{\Omega} \lambda_o \nabla p_o \cdot \nabla S_o d\Omega + \iint_{\Omega} \frac{\delta_{n_i}}{d} \lambda_o p_o S_o d\Omega - \iint_{\Omega} \frac{\delta_{n_i}}{d} \lambda_o p_{n_i} S_o d\Omega - \iint_{\Omega} q_{ov} S_o d\Omega. \quad (18)$$

在每个单元上对泛函 $I'^{(e)}$ 取极值,则单元上的饱和度方程为

$$\mathbf{H}'^{(e)} S_o^{(e)} = \boldsymbol{\varphi}'^{(e)}, \quad (19)$$

式中: $\mathbf{H}'^{(e)}, \boldsymbol{\varphi}'^{(e)}$ 分别为基岩系统饱和度的单元特性矩阵和列阵.

3.2 裂缝系统单元

由式(5)~(7)和式(9)~(10)、(12)~(13)可得方程为

$$\frac{\partial}{\partial t_{n_i}} \left((\lambda_o + \lambda_w) \frac{\partial p_{n_i}}{\partial l_{n_i}} \right) - \left(\frac{\delta_{n_i}}{d} (\lambda_o + \lambda_w) - \frac{\delta_{m_{n_i k_i}}}{l} (\lambda_o + \lambda_w) \right) p_{n_i} =$$

$$-\frac{\delta_{n_i}}{d}(\lambda_o + \lambda_w)p_o + \frac{\delta_{mn_i k_i}}{l}(\lambda_o + \lambda_w)p_{k_i} + \frac{\delta_{n_i} \lambda_w}{d}p_c - (q'_{ovn_i} + q'_{wvn_i}), \quad (20)$$

$$\phi_{n_i} \frac{\partial S_{on_i}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial l_{n_i}} \left(\lambda_o \frac{\partial p_{n_i}}{\partial l_{n_i}} \right) - \frac{\delta_{n_i} \lambda_o}{d} p_o + \left(\frac{\delta_{n_i}}{d} + \frac{\delta_{mn_i k_i}}{l} \right) \lambda_o p_{n_i} - \frac{\delta_{n_i k_i} \lambda_o}{l} p_{k_i} + q'_{ovn_i}. \quad (21)$$

3.2.1 油藏压力有限元方程

采用虚位移原理将式(20)化为微分方程的积分弱形式,其压力分布 $p_o(l, t)$ 在满足边界条件下的泛函为

$$I_i = \int_{l_{n_i}} \frac{1}{2} \left((\lambda_o + \lambda_w) \left(\frac{\partial p_{n_i}}{\partial l_{n_i}} \right)^2 \right) dl_{n_i} + \int_{l_{n_i}} \frac{1}{2} \left(\frac{\delta_{n_i}}{d} (\lambda_o + \lambda_w) - \frac{\delta_{mn_i k_i}}{l} (\lambda_o + \lambda_w) \right) p_{n_i}^2 dl_{n_i} - \int_{l_{n_i}} \left(\frac{\delta_{n_i}}{d} (\lambda_o + \lambda_w) p_o - \frac{\delta_{mn_i k_i}}{l} (\lambda_o + \lambda_w) p_{k_i} - \frac{\delta_{n_i} \lambda_w}{d} p_c + (q'_{ovn_i} + q'_{wvn_i}) \right) p_{n_i} dl_{n_i}, \quad (22)$$

在每个单元上对泛函 $I_i^{(e)}$ 取极值,则单元上的压力方程为

$$\mathbf{H}_{n_i}^{(e)} p_{n_i}^{(e)} = \boldsymbol{\varphi}^{(e)}, \quad (23)$$

式中: $\mathbf{H}_{n_i}^{(e)}$, $\boldsymbol{\varphi}_{n_i}^{(e)}$ 分别为第 n_i 条裂缝的压力单元特性矩阵和列阵.

3.2.2 油藏饱和度有限元方程

采用虚位移原理将式(21)化为微分方程的积分弱形式,其饱和度分布 $S_{on_i}(l, t)$ 在满足边界条件下的泛函为

$$I'_i = \int_{l_{n_i}} \phi_{n_i} \frac{\partial S_{on_i}}{\partial t} S_{on_i} dl_{n_i} + \int_{l_{n_i}} \lambda_o \frac{\partial p_{n_i}}{\partial l_{n_i}} \frac{\partial S_{on_i}}{\partial l_{n_i}} dl_{n_i} + \int_{l_{n_i}} \left(\frac{\delta_{n_i} \lambda_o}{d} p_o - \left(\frac{\delta_{n_i}}{d} + \frac{\delta_{mn_i k_i}}{l} \right) \lambda_o p_{n_i} + \frac{\delta_{mn_i k_i} \lambda_o}{l} p_{k_i} - q'_{ovn_i} \right) S_{on_i} dl_{n_i}, \quad (24)$$

在每个单元上对泛函 $I'_i^{(e)}$ 取极值,则单元上的饱和度方程为

$$\mathbf{H}'_{n_i} S'_{on_i} = \boldsymbol{\varphi}'^{(e)}, \quad (25)$$

式中: \mathbf{H}'_{n_i} , $\boldsymbol{\varphi}'^{(e)}$ 分别为第 n_i 条裂缝的饱和度单元特性矩阵和列阵.

3.3 整体分析

3.3.1 压力求解整体方程

由式(17)和(23)得

$$\tilde{\mathbf{H}} \tilde{\mathbf{p}}_o = \tilde{\boldsymbol{\varphi}}, \quad (26)$$

式中: $\tilde{\mathbf{H}} = \sum_{e=1}^E \mathbf{H}^{(e)} + \sum_{n_i=1}^F \sum_{e=1}^{E'} \mathbf{H}'_{n_i}{}^{(e)}$, $\tilde{\boldsymbol{\varphi}} = \sum_{e=1}^E \boldsymbol{\varphi}^{(e)} + \sum_{n_i=1}^F \sum_{e=1}^{E'} \boldsymbol{\varphi}'_{n_i}{}^{(e)}$, $\tilde{\mathbf{p}}_o = (p_{o1}, p_{o2}, \dots, p_{on})^T$, 其中, E, F 分别为基岩和裂缝中的网格结点数; E' 为第 n_i 条裂缝的网格结点数.

3.3.2 饱和度求解整体方程

由式(19)和(25)得

$$\tilde{\mathbf{H}}'_1 \tilde{\mathbf{S}}_o = \tilde{\boldsymbol{\varphi}}'^{(e)}, \quad (27)$$

式中: $\tilde{\mathbf{H}}'_1 = \sum_{e=1}^E \mathbf{H}'_1{}^{(e)} + \sum_{n_i=1}^F \sum_{e=1}^{E'} \mathbf{H}'_{n_i}{}^{(e)}$, $\tilde{\boldsymbol{\varphi}}'^{(e)} = \sum_{e=1}^E \boldsymbol{\varphi}'_1{}^{(e)} + \sum_{n_i=1}^F \sum_{e=1}^{E'} \boldsymbol{\varphi}'_{n_i}{}^{(e)}$, $\tilde{\mathbf{S}}_o = (S_{o1}, S_{o2}, \dots, S_{on'})^T$.

3.3.3 时间项处理

需要对时间项进行差分处理,则饱和度方程对时间差分后的方程为

$$\frac{1}{\Delta t} \mathbf{H}'_1 \mathbf{S}_o(t_{n+1}) = \boldsymbol{\varphi}'(t_{n+1}) + \frac{1}{\Delta t} \mathbf{H}'_1 \mathbf{S}_o(t_n). \quad (28)$$

4 模型验证

裂缝性油藏以构造缝为主,特点为占高点、沿长轴、沿扭曲、沿断裂分布,岩心观察表明大部分裂缝面与岩层面近垂直,因此文中根据给出的离散裂缝网络模型建立含多垂直裂缝的概念模型,利用有限元方法对复杂裂缝性油藏进行研究,即提出设置一个二维油藏,在油藏的左下角注水,右上角采油,假设裂缝开度为0.1 mm,由多条裂缝构成,基岩的孔隙度为20%,基岩的渗透率为 $1.0 \times 10^{-3} \mu\text{m}^2$,裂缝的渗透率为 $1.0 \mu\text{m}^2$.数值模拟饱和度场分布见图3,含水率和时间关系曲线见图4.

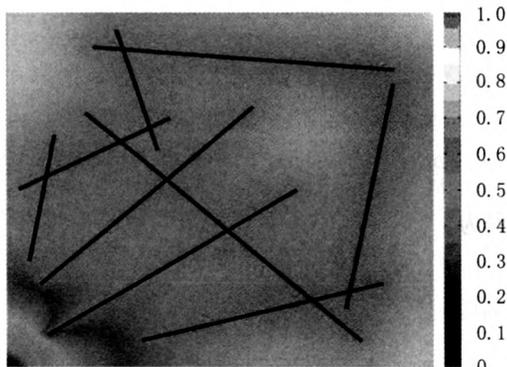


图3 油藏数值模拟饱和度分布

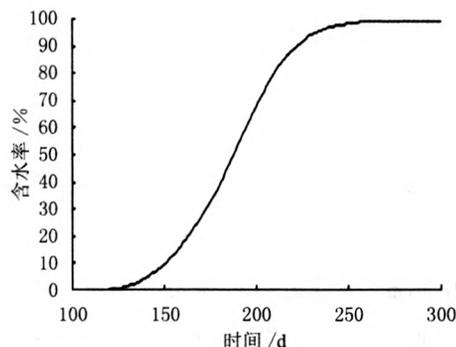


图4 复杂裂缝性油藏含水率和时间关系曲线

由图3和图4可以看出,注入水进入油藏后在基岩中推挤油向前缓慢推进,当注入水遇到裂缝后,油沿着裂缝方向快速向前推进.主要原因是基岩的渗透率很小,裂缝的渗透率远大于基岩的,油藏注入水后水挤压着油主要从渗透率高的裂缝中流到生产井,所以生产井的含水率在生产一段时间后快速增加.

5 结束语

研究裂缝性油藏中基岩系统和裂缝系统流体流动规律以及两者间的窜流特性,提出处理离散裂缝网络模型中裂缝—基岩和裂缝间窜流的方法,得到裂缝性油藏数值模型.根据离散裂缝网络模型,从基岩系统和裂缝系统对油藏压力和饱和度进行有限元分析,获得良好的模拟效果,验证该方法的有效性.

参考文献:

- [1] Warren J E, Root P J. The behavior of naturally fractured reservoir//The Fall Meeting of the Society of Petroleum Engineers[C]. Los Angeles; SPE, 1962.
- [2] Kazemi H, Merrill L S, Porterfield K L. Numerical simulation of water-oil flow in naturally fractured reservoirs//Simulation of Reservoir Performance[C]. Los Angeles; SPE, 1976.
- [3] Gilman J R, Kazemi H. Improvements in simulation of naturally fractured reservoirs//The 1982 SPE Reservoir Simulation Symposium [C]. New Orleans; SPE, 1982.
- [4] Thomas L K, Dixon T N, Pierson R G. Fractured reservoir simulation//The 1980 SPE Annual Technical Reference and Exhibition[C]. Dallas; SPE, 1980.
- [5] Kamath J, Lee S H, Jensen C L, et al. Modeling fluid flow in complex naturally fractured reservoirs//The SPE India Oil and Gas Conference and Exhibition[C]. New Delhi; SPE, 1998.
- [6] Baker R O, Kuppe F. Reservoir characterization for naturally fractured reservoirs//The 2000 SPE Annual Technical Conference and Exhibition[C]. Dallas, Texas; SPE, 2000.
- [7] Dershowitz B, Lapointe P, Eiben T, et al. Intergration of discrete feature network methods with conventional simulator approaches//The 1998 Annual Technical Conference and Exhibition[C]. New Orleans; SPE, 1998.
- [8] Lee S H, Jensen C L, Lough M F. An efficient finite difference model for flow in a reservoir with multiple length-scale fractures//The SPE Annual Technical Conference and Exhibition[C]. Houston; SPE, 1999.
- [9] Karimi-Fard M, Durlofsky L J, Aziz K. An efficient discrete-fracture model applicable for general-purpose reservoir simulators//The 2003 SPE Reservoir Simulation Symposium[C]. Houston; SPE, 2003.
- [10] Karimi-Fard M, Firoozabadi A. Numerical simulation of water injection in 2d fractured media using discrete-fracture model//The

2001 SPE Annual Technical Conference and Conference[C]. New Orleans: SPE, 2001.

- [11] 张允. 裂缝性油藏离散裂缝网络模型数值模拟研究[D]. 东营:中国石油大学(华东),2008.
- [12] 宋洪才,张继芬. 油藏数值模拟中的变分有限元方法[J]. 大庆石油学院学报,1996,20(3):97-101.
- [13] 署恒木,全兴华. 工程有限单元法[M]. 东营:石油大学出版社,2003:6-20.