

岩石试件水压致裂抗张强度与试件 钻孔半径关系的实验研究

刘长义

(国家地震局地壳应力研究所)

一、引言

岩石水压致裂抗张强度的准确求取,对水压致裂原地应力测量中最大主应力的计算有着直接的影响。特别是在低应力地区或千米以内的浅地表进行水压致裂原地应力测量时更是如此。因为在现行的水压致裂原地应力测量过程中,钻孔壁在流体压力作用下的临界破裂压力 P_c ;钻孔内的初始水压力 P_0 ;原地最小水平主应力 σ_{22} 都可以在测量过程中直接记录下来。按照经典水压致裂应力测量公式,

$$P_c = 3\sigma_{22} - \sigma_{11} + T - P_0. \quad (1)$$

只要知道岩石的水压致裂抗张强度 $T(P_{cd})$,原地最大水平主应力 σ_{11} 就可以计算出来。 T 则是 P_c 与 P_f 之差。 P_f 是钻孔壁破裂后在水压力作用下重新张开时的压力。

然而,用 P_c 与 P_f 之差来求取 T 的方法是有条件的,这个条件就是:假定钻孔壁在第一次破裂以后,如果将钻孔内的水压降到 P_0 ,然后重新对钻孔加压,只有当钻孔里的水压达到 $P_f = 3\sigma_{22} - \sigma_{11} - P_0$ 时,裂缝才重新张开。也就是说,钻孔壁在第一次破裂后,除因介质不连续而失去抗张能力($T=0$)外,仍然保持力学上的连续。裂缝两破裂面上的应力值完全相等,远场应力在钻孔附近的集中并未因此而改变。通常情况下,如果第一次破裂时钻孔壁产生的裂缝非常短,钻孔里又没有流体压力,那末,上面的假设还是接近于实际情况的。不过,在实际的水压致裂操作过程中,钻孔壁第一次破裂之后,还要加水压使裂缝重张。加压流体——水会在重张以前渗入裂缝^[3],破坏钻孔附近远场应力场。按照断裂力学的观点,在裂缝的端部附近将产生新的应力集中。这种新的应力集中与裂缝的长度,钻孔半径,岩石的破裂韧度以及远场应力有关。以上的假设在这种情况下就很难认为是合理的。用 P_c 与 P_f 之差来求取岩石水压致裂抗张强度的方法,只能是一种近似的方法。至于近似到什么程度,在理论上与实践上都难以说清。

水压致裂应力测量的初期,岩石的水压致裂抗张强度是在实验室内用岩芯求取的。然而,岩石的水压致裂抗张强度与岩石试件中的钻孔半径的大小有关^[4]。海姆森教授(B. Haimson)早在1968年就指出了这一点。鲁梅尔教授利用线弹性断裂力学理论推导出了岩石水压致裂抗张强度的解析表达式^[1]

$$P_{c0} = \frac{K_{Ic}}{h^* \sqrt{R}} \quad (2)$$

式中 h^* 为 $\sqrt{b} \left(\sqrt{\pi} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \arcsin \frac{1}{b} \right)$, $b = 1 + \frac{a}{R}$ 。 R 为钻孔半径, a 为裂缝端部到钻孔壁的长度。这样, 岩石水压致裂抗张强度与岩石中钻孔半径之间的关系, 从断裂力学的观点得到了解释。鲁梅尔教授认为, 岩石的水压致裂抗张强度与试件钻孔半径的平方根成反比^[1]。但在公式(2)中, h^* 也是 R 的函数, 并随 R 的增大而减小。 R 趋近于无穷时, h^* 趋于零。按鲁梅尔在文献[1]中的(15)式计算 P_c 。随 R 的变化, 其结果如图1所示。可以看出岩石水压致裂抗张强度与钻孔半径几乎无关。这显然与岩石力学方面的实际情形是不一致的。

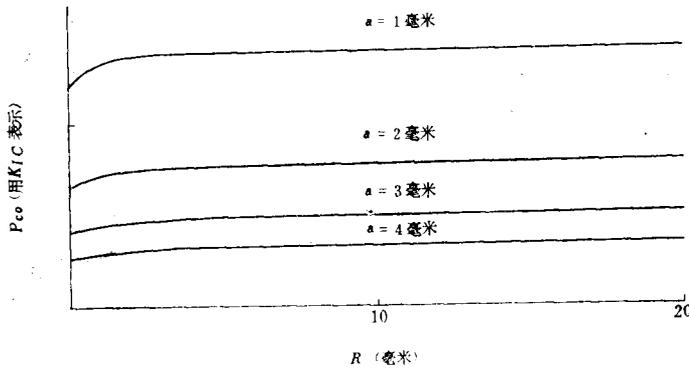


图1 以裂缝长度 a 为参变量, 按公式(2)计算出的岩石水压致裂抗张强度(归一化到破裂韧度 K_{Ic})随钻孔半径变化的曲线

另一方面, 公式(2)仅是鲁梅尔进行的理论上的推导。为了计算的方便, 他作了一些简化与假设。这些简化与假设是否符合实际, 并没有得到任何实验验证。

鉴于此, 用实验的方法, 根据断裂力学的理论, 弄清岩石水压致裂抗张强度与钻孔半径的关系, 以便在水压致裂应力测量中, 用实验室内测得的岩芯试件的水

压致裂抗张强度, 并根据所得的关系式外推实地岩石的水压致裂抗张强度, 从而较准确地计算原地最大水平主应力, 这就是本实验研究的目的。

二、实验方法

实验是在美国威斯康星大学麦迪逊分校冶金采矿系岩石力学教授海姆森的实验室里做的。实验装置如图2所示。图中试件是1983年云南下关水压致裂原地应力测量钻孔岩芯经加工而成的。岩芯为辉岩。取芯的深度如表1所示。在大型立式钻床上用取芯钻将岩芯加工成外径63.5毫米, 高为120毫米的正圆柱形试件。试件两端面用平面磨床磨平。从试件一端的中心钻约70毫米深的孔。钻孔的半径从3.2毫米到9.5毫米不等, 共五种。实验是在11个试件中进行的。

实验过程是这样的: 将试件放在上下端块之间。下端块由两部分组成。这两部分的接触面是

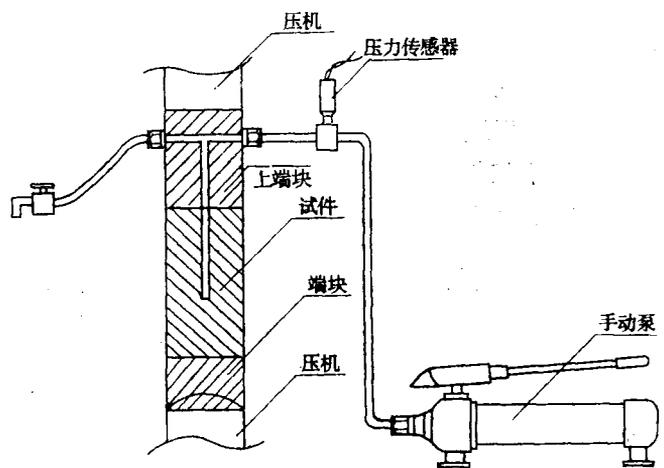


图2 试验设备与试件装置简图

相互配合得十分好的球面，以使轴向载荷的方向能与试件圆柱的轴线重合。使试件破裂的流体介质——水从上端块的孔注入。该孔与试件的钻孔连通。上端块与试件的上端面之间有一橡胶圆环。轴向载荷将圆环紧压在试件上端面与上端块之间，防止给钻孔加流体压力时水的泄漏。用最大压力为 70 兆帕的手动水泵加流体压力。接在上端块附近的 35 兆帕流体压力传感器将试件钻孔中的压力转换成电信号。轴向载荷的加载压机是海姆森教授实验室自行设计安装的单轴伺服拉压试验机。它的最大出力为 170 千牛。首先给试件加约 100 千牛的轴向载荷。然后用手动泵给试件钻孔加水，同时打开放气阀放气，直到从阀门流出的水里不含气泡，关闭放气阀。将流体压力卸到零，重新用手动泵给试件钻孔加水压，直到试件产生裂缝，加压水从裂缝渗出，流体压力突然下降为止。

加压过程中，钻孔压力变化经流体压力传感器转换而成的电信号经直流放大器放大，最后记录在 X-Y 函数记录仪上。图 3 是钻孔压力记录系统方框图。

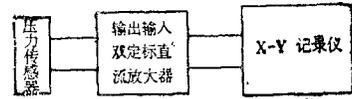


图3 记录系统方框图

三、实验结果

典型的实验记录如图 4 所示。表 1 列出了全部 11 个试件的实验结果及有关数据。

表1 岩石试件的水压致裂抗张强度

制成试件的岩芯深度 (米)	试件中钻孔半径 (毫米)	水压致裂抗张强度 (兆帕)	均值(兆帕)	备 注
425	9.5	24.6	24.6	有裂缝
425	9.5	24.2		
430	9.5	25.2		
425	7.9	27.1	27.4	
425	7.9	27.6		
414	6.4	20.0	28.1	
410	6.4	25.9		
426	4.7	27.6		
426	4.7	28.5		
53	4.7	26.6	有节理	
426	3.2	27.1		

从表中可以看出，从 425 米到 430 米深处取得的岩芯制成了 8 个试件。其中钻孔半径为 9.5 毫米的试件 3 个。它们之中水压致裂抗张强度最大值为 25.2 兆帕，与其平均值的差为 0.6 兆帕，比平均值高出 2%。钻孔半径为 7.9 毫米的试件 2 个，它们中水压致裂抗张强度比其平均值高 0.2 兆帕，比平均值高出 1%。钻孔半径为 4.7 毫米的试件两个，水压致裂抗张强度较小的一个为 27.6 兆帕，与它们的平均值的差为 0.5 兆帕，比平均值低 2%。这些结果说明，凡岩石条件相同，试件钻孔半径一样时，试件就具有相同的水压致裂抗张强

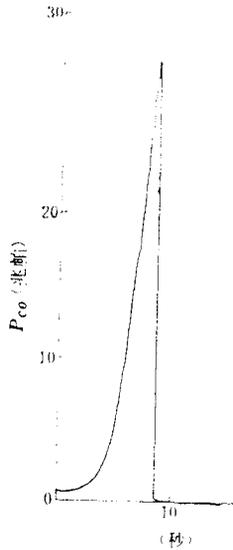


图4 典型的试验记录曲线

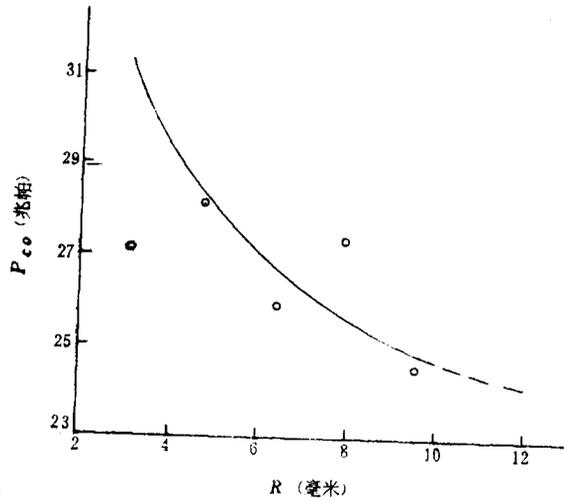


图5 试件水压致裂抗张强度随试件钻孔半径R变化的曲线

度，而与各次实验之间的过程无关。这就意味着实验所用的方法是正确的，所得数据是可靠的。

图5是试件水压致裂抗张强度 P_{c0} 随试件钻孔半径变化的曲线。这里需要说明的是：钻孔半径为6.4毫米的两个试件中，有一个从414米深处所得岩芯制成，因为有明显的宏观裂缝，使得这个试件的水压致裂抗张强度变得很低，作图时，用的是另外一个试件的水压致裂抗张强度。钻孔半径为4.7毫米的三个试件，其中一个是由取自53米深处的钻孔岩芯制成的。该试件的表观色泽与深部岩芯制成的试件相比要浅得多，质地也较粗疏，其水压致裂抗张强度要比另外两个具有相同钻孔半径，取自426米深处的岩芯制成的试件低得多。作图时，用的是426米深处岩芯制成试件的均值。图5中纵坐标是试件水压致裂抗张强度，实际上是具有相同钻孔半径的试件的均值。钻孔半径为3.2毫米的试件只有一个，并且有明显的节理，估计实际的水压致裂抗张强度应略高，所以作图时曲线从它的实际测值的上方通过。

图5明确显示，随试件钻孔半径的增大，试件水压致裂抗张强度逐渐降低。在实验压力与钻孔半径条件下，钻孔半径增大2倍时，试件的水压致裂抗张强度降低3.7兆帕，相对值降低13%。

试件水压致裂抗张强度与试件钻孔半径的关系可以用下面的经验公式来描述。

$$P_{c0} = \frac{158}{\sqrt{\pi(5.1 + R)}} \text{ (兆帕)}$$

按照这个经验公式外推，云南下关1983年水压致裂应力测量孔(半径55毫米)426米深处岩石的水压致裂抗张强度为11.5兆帕。

四、讨 论

实验虽然证明了随钻孔半径的增大，岩石试件的水压致裂抗张强度会逐渐降低，并且求得了它们之间关系的经验公式，然而这毕竟是这类实验的第一次尝试，况且实验只是在一种

岩石, 11 个试件, 5 种钻孔半径条件下进行的。按照经验公式外推所得的现场水压致裂应力测量孔 426 米深处岩石的水压致裂抗张强度还没有任何实际的资料可以说明其正确与否。用现场测量记录的破裂压力 P_0 与重张压力 P_f 之间的差来验证按经验公式外推的现场岩石的水压致裂抗张强度是不合适的。所以, 以上的经验公式还难以推广应用到其他各种岩石和钻孔半径更大的原地测量的情形。为了弄清岩石水压致裂抗张强度与岩石中钻孔半径的关系, 有必要在多种岩石, 各种不同钻孔半径条件下进行岩石的水压致裂抗张强度的实验。钻孔半径可以从实验室的数毫米到原地测量中的数十毫米。

岩石水压致裂抗张强度随岩石中钻孔半径增大而降低的这种现象, 从断裂力学的角度来解释是较为合理的。鲁梅尔教授认为, 岩石的水压致裂, 是断裂力学中第一类纯张裂缝在钻孔中流体压力与远场应力作用下超过岩石断裂韧度时钻孔壁原生裂缝不稳定延伸的极好的例子^[1]。因而, 他应用断裂力学的理论, 进行相应的数学推导之后, 将岩石的水压破裂抗张强度表示为前述的 (2) 式, 从而将岩石的水压致裂抗张强度表示成钻孔半径 R 、裂缝端到钻孔壁的长度 a 、岩石的第一类裂缝的断裂韧度 K_{Ic} 的函数, 试图从断裂力学的角度来解释岩石水压致裂抗张强度与岩石中钻孔半径之间的关系。鲁梅尔教授在文献 [1] 中, 是用下面的积分求得 (2) 式的。

$$K_I(P) = \frac{P}{\sqrt{\pi(R+a)}} \int_{-(R+a)}^{(R+a)} \left(\frac{R+a+x}{R+a-x} \right)^{1/2} dx \quad (3)$$

然而 (3) 式的积分结果为:

$$K_I(P) = P\sqrt{\pi(R+a)}. \quad (4)$$

由 (4) 式得出的岩石水压致裂抗张强度的表达式不是 (2) 式, 而是:

$$P_{c0} = \frac{K_{Ic}}{\sqrt{\pi(R+a)}}. \quad (5)$$

因而, 可以断言, 鲁梅尔教授对 (3) 式的积分结果是错误的, 在本文附录中将详细证明这一点。在附录中还将证明, 只要将 (3) 式这个积分式改成被积表达式与 (3) 式相同, 而积分限分别是 $-(R+a)$, $-R$; R , $(R+a)$ 的两个积分之和, 其结果就与 (2) 式相同。

然而, 积分限的这种变化在断裂力学上具有不同的含义。若将钻孔看成是具有 $2R$ 长的纯张裂缝, 且在半长为 $(R+a)$ 的狭缝两壁上有均布压力 P , 则 (3) 式就是该条件下第一类裂缝的破裂韧度。其积分结果 (4) 式与经典线弹性断裂力学对这种问题的解是一致的。图 6 是以 a 为参变量的 (5) 式的曲线图。随着钻孔半径增大, 岩石水压致裂抗张强度降低, 这一点与实验结果一致。

显然, 图 6 与 (2) 式的曲线图 (图 1) 完全不一样。也就是说, (5) 式与 (2) 式所表达的函数解析关系并不一样。它们都是同一被积表达式不同积分限的积分结果。只要假设在裂缝端到钻孔壁的长度 a 中有均匀压力 P 作用在裂缝两壁上, 且钻孔中压力为零时, (3) 式的积分结果就与 (2) 式相同。当然这种假设与水压致裂应力测量的实际情形是不一致的。因而从理论上探讨岩石水压致裂抗张强度与岩石中钻孔半径的关系就归结为如何将钻孔半径归一化到裂缝的长度问题。仅仅从理论上还难弄清它们之间的关系, 还必须进行相应的大量的实验。在实验的基础上对理论表达式进行修正, 最后才能达到弄清它们关系的目的。

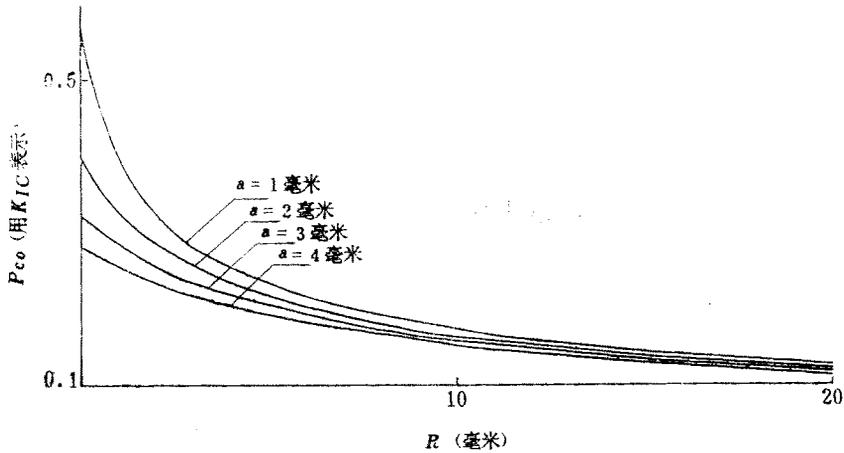


图6 对 P_{co} 重新积分后,以 a 为参变量岩石水压致裂抗张强度(归一化到 K_{Ic})随钻孔半径变化的曲线

五、结 论

岩石水压致裂抗张强度随岩石试件钻孔半径的增大而降低。它们之间的关系,必须从断裂力学理论和实验两方面进行探讨才能搞清楚。

附 录

当钻孔半径为 R , 裂缝端部到孔壁的长度为 a , 钻孔中有均匀的流体压力 P 时, 文献〔1〕第36页按下面的积分求岩石的第一类裂缝的破裂韧度:

$$K_I(P) = \frac{P}{\sqrt{\pi(R+a)}} \int_{-(R+a)}^{(R+a)} \left(\frac{R+a+x}{R+a-x} \right)^{1/2} dx \quad (1)$$

其结果为:

$$K_I(P) = P\sqrt{R}h^* \quad (2)$$

式中, $h^* = \sqrt{b} \left(\sqrt{\pi} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \arcsin \frac{1}{b} \right)$; $b = 1 + \frac{a}{R}$.

然而(1)式的积分结果并不等于(2)式。证明如下:

$$K_I(P) = \frac{P}{\sqrt{\pi(R+a)}} \int_{-(R+a)}^{(R+a)} \left(\frac{R+a+x}{R+a-x} \right)^{1/2} dx, \quad (3)$$

用换元积分法, 首先令

$u = \frac{x}{R+a}$ 则 $\frac{dx}{R+a} = du$, $dx = (R+a)du$, 当 $x = R+a$ 时, $u = 1$; $x = -(R+a)$ 时, $u = -1$ 。

这样将(3)式化成:

$$\begin{aligned}
K_I(P) &= \frac{P(R+a)}{\sqrt{\pi(R+a)}} \int_{-1}^1 \sqrt{\frac{1+u}{1-u}} du = \frac{P\sqrt{R+a}}{\sqrt{\pi}} \int_{-1}^1 \sqrt{\frac{(1+u)^2}{1-u^2}} du \\
&= \frac{P\sqrt{R+a}}{\sqrt{\pi}} \int_{-1}^1 \frac{1+u}{\sqrt{1-u^2}} du = \frac{P\sqrt{R+a}}{\sqrt{\pi}} \left[\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} du + \int_{-1}^1 \frac{u}{\sqrt{1-u^2}} du \right] \\
&= \frac{P\sqrt{R+a}}{\sqrt{\pi}} \left[\int_{-1}^1 \frac{du}{\sqrt{1-u^2}} - \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} d(1-u^2) \right] \\
&= \frac{P\sqrt{R+a}}{\sqrt{\pi}} \left[\arcsin u \Big|_{-1}^1 - \sqrt{1-u^2} \Big|_{-1}^1 \right] \\
&= \frac{P\sqrt{R+a}}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right) = P\sqrt{\pi(R+a)}, \\
K_I(P) &= P\sqrt{\pi(R+a)}. \tag{4}
\end{aligned}$$

证毕

在经典线弹性断裂力学中，(4)式与狭裂半长为 $(R+a)$ 的纯张裂缝中作用有均匀流体压力 P 时得到的断裂韧度公式完全是一致的。然而把半径为 R 的孔与半长为 R 的纯张裂缝等同看待则未必合理，特别是 R 比 a 大得多的时候。

鲁梅尔教授得出上述错误结果的原因是，他把(1)式的积分限弄错了。如果忽略钻孔中存在的流体压力，认为仅在裂缝中存在压力 P (这种假设只是当钻孔半径 R 远小于裂缝端到钻孔壁的长度 a 时是合理的，但是水压致裂的情形恰恰相反)，那末(1)式的积分就成为：

$$K_I(P) = \frac{P}{\sqrt{\pi(R+a)}} \left[\int_{-(R+a)}^{-R} \sqrt{\frac{R+a+x}{R+a-x}} dx + \int_R^{R+a} \sqrt{\frac{R+a-x}{R+a-x}} dx \right]$$

仍然按上述换元积分法，先求变换后的积分限：

$$\begin{aligned}
\text{因为 } u &= \frac{x}{R+a}, \text{ 当 } x = -(R+a) \text{ 时, } u = -1; \text{ 当 } x = -R \text{ 时, } u = -\frac{R}{R+a} = -\frac{1}{1+\frac{a}{R}} \\
&= -\frac{1}{b}, \text{ 当 } x = (R+a) \text{ 时, } u = 1; \text{ 当 } x = R \text{ 时, } u = \frac{1}{b}
\end{aligned}$$

这样

$$\begin{aligned}
K_I(P) &= \frac{P(R+a)}{\sqrt{\pi(R+a)}} \left[\int_{-1}^{-\frac{1}{b}} \sqrt{\frac{1+u}{1-u}} du + \int_{\frac{1}{b}}^1 \sqrt{\frac{1+u}{1-u}} du \right] \\
&= \frac{P\sqrt{R+a}}{\sqrt{\pi}} \left[-\sqrt{1-u^2} \Big|_{-1}^{-\frac{1}{b}} + \arcsin u \Big|_{-1}^{-\frac{1}{b}} + \left(-\sqrt{1-u^2} \Big|_{\frac{1}{b}}^1 + \arcsin u \Big|_{\frac{1}{b}}^1 \right) \right] \\
&= \frac{P\sqrt{(R+a)}}{\sqrt{\pi}} \left[-\sqrt{1-\frac{1}{b^2}} - \arcsin \frac{1}{b} + \frac{\pi}{2} + \sqrt{1-\frac{1}{b^2}} + \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{1}{b} \right] \\
&= \frac{P\sqrt{(R+a)}}{\sqrt{\pi}} \left(\pi - 2\arcsin \frac{1}{b} \right) \\
&= P\sqrt{R}\sqrt{b} \left(\sqrt{\pi} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \arcsin \frac{1}{b} \right) \\
K_I(P) &= P\sqrt{R}\sqrt{b} \left(\sqrt{\pi} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \arcsin \frac{1}{b} \right)
\end{aligned}$$

证毕

显然，这与(1)式的积分结果完全不一样，而与(2)式一样。因而可以得出结论，鲁梅尔教授在文献[1]第36页中的积分结果是错误的。

参 考 文 献

- [1] Rummel F. and Winter R. B. , Fracture mechanics as applied to Hydraulic Fracturing Stress measurements, Tokoy, Japan, Earthq. Predict. Res. 2. 1983.
- [2] Bredhoeft, J. D, Walff R.G., Keys W. S. and Shuter E., Hydraulic fracturing to determine the regional in-situ Stress field piceance Basin, Colorado, Geol. Soc. Am. Bull 87, 1976.
- [3] Zoback M.O. and Rummel F. et al., Laboratory hydraulic fracturing experiments in intact and pre-fractured rock, Int. J. Rock Mech. Min. Sci & Geomech. Abstract, Vol. 14, 1977.
- [4] Haimson B., Fairhurst C. , In-situ Stress determination at great depth by means of hydraulic fracturing, Rock mechanics-theory and Practice Proceedings of 11th Symposium on rock mechanics, June, 1969.