第27卷第3期　　防 灾 减 灾 工 程 学 报　　Vol. 27 No. 3
2007年8月　　Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering　　Aug. 2007

基于Hilbert-Huang变换理论的结构损伤检测*

程　磊[1]，瞿伟廉[2]

(1. 同济大学结构工程与防灾研究所，上海 200092；2. 武汉理工大学道路桥梁与结构工程湖北省重点实验室，武汉 430070)

摘要：详细介绍了一种适合分析非线性非平稳数据的新方法——Hilbert-Huang变换，并将此方法应用于结构损伤检测。仿真实验是某三层剪切型建筑结构受两种不同地震烈度的地震动激励，结构在此过程中出现的损伤由层间刚度衰减的方法近似模拟，用巴特沃斯低通滤波器对得到的每层加速度数据进行滤波，然后对滤波后的数据进行Hilbert-Huang变换分析，得到其Hilbert谱，并对Hilbert谱进行了分析。结果表明，此方法能有效地提取结构的损伤特征，从而对结构的健康状况做出诊断。

关键词：Hilbert-Huang变换；经验模态分解；固有模态函数；结构损伤检测

中图分类号：TB115，TU311.2　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1672-2132(2007)03-0318-05

0　引言

结构损伤的发生必然会导致结构动力参数(如刚度、频率、振型等)的改变，对结构的反应(一般是动力反应)进行分析，提取信号中包含的损伤信息能对结构的健康状况进行评估。信号处理是提取结构损伤特征最常用的方法，传统的傅立叶变换分析方法在任一个频点上的值是在整个时间轴上的积分平均，因此不能准确反映非平稳信号的时变特征，且看不到任何时间域内的信息。小波分析虽能同时提供振动信号的时域和频域的局部化信息，但由于小波基函数的长度有限，在对信号做小波变换时会产生能量泄露，因而难以对信号做精确的时频域分析。

1998年，美国国家宇航局的Norden E. Huang[1]提出了一种称为Hilbert-Huang变换(HHT)的新的信号处理方法，1999年，Huang[2]又将该方法进行了一些改进。该方法由经验模态分解(EMD)与Hilbert谱分析(HSA)两部分组成：任意的非线性或非平稳信号首先经过EMD方法处理后被分解为若干个固有模态函数(IMF)；然后对每个IMF分量进行Hilbert谱分析得到相应的Hilbert谱；最后汇总所有IMF分量的Hilbert谱就得到了原始信号的Hilbert谱。按照这种方法得到的Hilbert谱在联合的频率-时间域中来描述原始信号，具有非常高的时频分辨率，从根本上克服了以往基于傅立叶分析的种种信号处理方法所存在的弊端，而且EMD方法分解所得到的IMF分量也具有明确的物理意义。同傅立叶变换和小波分析相比，HHT方法在客观性和分辨率方面都具有明显的优越性，能有效提取结构的损伤特征。

1　Hilbert-Huang变换理论

1.1　经验模态分解(Empirical Mode Decomposition，简称EMD)

在EMD方法中，固有模态函数(IMF)是这样一种函数，它满足以下两个条件：①在整个数据范围内，极值点和过零点的数量必须相等或者最多相差一个；②在任何点处，所有极大值点形成的上包络线和所有极小值点形成的下包络线的平均值始终为零。

分解是基于如下前提的：①被分解的信号至少有两个极值点，一个极大值和一个极小值；②局部特征时间尺度定义为信号中两个临近极大值点或极小值点的时间间隔；③如果信号中没有极值点但包含一些拐点，可以对信号微分一次或几次，使极值点显露出来。之后，对分解得到的分量进行积分得到最后的结果。

EMD分解方法(平稳化过程)的处理过程非常简单，其基本思想是：假如这个原始数据序列$x(t)$的极大值或极小值数目比上跨零点(或下跨零点)的数目多两个(或两个以上)，则该数据序列就需要进行

* 收稿日期：2006-11-23；修回日期：2007-02-05
基金项目：国家自然科学基金资助项目(50378074)
作者简介：程　磊(1981-)，男，博士研究生。主要从事工程结构抗震与防灾和土木工程结构智能健康监测。
Email：cheng0007970168@163.com

平稳化处理。具体处理方法是：

首先，利用三次样条函数[3]把$x(t)$的局部极大值点与局部极小值点分别拟合成$x(t)$的上包络线与下包络线，然后计算两包络线的均值m_1。将原数据序列$x(t)$减去该平均包络m_1后即可得到一个去掉低频的新数据序列h_1：

$$h_1 = x(t) - m_1 \tag{1}$$

通常情况下，h_1并不是IMF分量，为此需对h_1重复以上处理过程．重复式(1)k次(k次“筛选”过程)，直到所得到的平均包络趋于零为止：

$$h_{1k} = h_{1(k-1)} - m_{1k} \tag{2}$$

式中　h_{1k}为第k次筛选所得数据，$h_{1(k-1)}$为第$k-1$次筛选所得数据；

m_{1k}为$h_{1(k-1)}$上下包络线的均值。

可以利用限制标准差SD的值来判断每次筛选结果是否为IMF分量：

$$SD = \sum_{k=1}^{T} \frac{|h_{1(k-1)}(t) - h_{1k}(t)|^2}{h_{1(k-1)}^2(t)} \tag{3}$$

式中　T为时间信号长度。

当h_{1k}满足SD的值要求时，则令$c_1 = h_{1k}$就得到了信号$x(t)$的第一个IMF分量。第一个IMF分量代表了原始数据序列中最高频的组分。将原始数据序列$x(t)$减去第一个IMF分量c_1，可以得到一个去掉高频组分的差值数据序列r_1：

$$r_1 = x(t) - c_1 \tag{4}$$

若r_1中仍包含信号$x(t)$的较长的局部特征时间尺度信息，将r_1再作为要分解的信号重复式(1)至式(4)的过程，直至所剩余信号r_1中的信息对所研究的内容意义很小或已是一个单调函数时，停止此分解过程，此时r_n代表原始数据序列的均值或趋势[4]。

至此，我们便得到了信号$x(t)$的一系列IMF分量$c_1, c_2 \cdots c_n$

$$r_1 - c_2 = r_2, r_2 - c_3 = r_3, \cdots, r_{n-1} - c_n = r_n \tag{5}$$

原始的数据序列即可由这些IMF分量以及一个均值或趋势项表示：

$$x(t) = \sum_{i=1}^{n} c_i + r_n \tag{6}$$

由于每一个IMF分量是代表一组特征尺度的数据序列，因此整个过程实际上是将原始数据序列分解为各种不同特征波动的叠加，每一个IMF分量既可以是线性的也可以是非线性的。

1.2　Hilbert谱分析(Hilbert Spectrum Analysis，简称HSA)

首先，对每一个得到的IMF分量进行Hilbert谱分析，即对于IMF分量$c_i(t)$，首先求出其Hilbert变换及相应的解析信号[5]：

$$H[c_i(t)] = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c_i(t)}{t - \tau} \mathrm{d}\tau \tag{7}$$

$$A[c_i(t)] = c_i(t) + jH[c_i(t)] = a_i(t)\mathrm{e}^{j\theta_i(t)} \tag{8}$$

其中

$$a_i(t) = \sqrt{c_i^2(t) + H^2[c_i(t)]} \tag{9}$$

$$\theta_i(t) = \arctan \frac{H[c_i(t)]}{c_i(t)} \tag{10}$$

其相应的瞬时频率为：

$$\omega_i(t) = \frac{\mathrm{d}\theta_i(t)}{\mathrm{d}t} \tag{11}$$

从而$c_i(t)$可表示为

$$c_i(t) = \mathrm{Re}\left[a_i(t) \exp\left(j2\pi \int \omega_i(t) \mathrm{d}t \right) \right] \tag{12}$$

将$a_i(t)$表示在联合的时频平面上，即可得到$c_i(t)$的Hilbert谱：

$$H_i(\omega,t) = \begin{cases} a_i(t), \omega = \omega_i(t) \\ 0, \omega \neq \omega_i(t) \end{cases} \tag{13}$$

其次，对信号$x(t)$进行整体Hilbert谱分析，则$x(t)$可表示为

$$x(t) = \mathrm{Re}\left[\sum_{i=1}^{n} a_i(t) \exp\left(j2\pi \int \omega_i(t) \mathrm{d}t \right) \right] \tag{14}$$

同样，利用上式可以将幅值与瞬时频率随时间的变化表示在一个三维图中，或者在频率—时间的二维坐标中用灰度大小来表示振幅，即在联合的时频平面上将幅值的轮廓勾勒出来。这种幅值—频率—时间分布即定义为原始信号$x(t)$的Hilbert幅值谱$H(\omega,t)$，或简称为Hilbert谱。

综上所述，HHT对信号的处理可用下面的流程图来表示：

$$x(t) \xrightarrow{\text{EMD}} \left\{ \begin{array}{l} c_1(t) \xrightarrow{\text{HSA}} H_1(\omega,t) \\ c_2(t) \xrightarrow{\text{HSA}} H_2(\omega,t) \\ \quad \vdots \\ c_n(t) \xrightarrow{\text{HSA}} H_n(\omega,t) \end{array} \right\} \longrightarrow H(\omega,t) \tag{15}$$

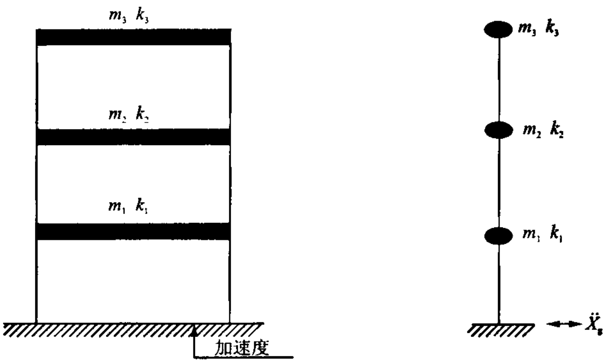
这里并没有计算残余量r_n，因为它是一个单调函数或者是常量，代表着长周期振动，含有较大的能量。考虑到我们更关心那些低能量的高频分量，最后的非IMF分量被舍弃了。

2　基于Hilbert-Huang变换理论的结构损伤检测数值算例

2.1　计算模型

本例采用某三层剪切型建筑结构，计算简图见

图1。结构的特性参数：第一至第三层质量m分别为2 762、2 760、2 300 kg，第一至第三层层间刚度k分别为2.485×10^4、1.921×10^4、1.522×10^4N/m，此结构的三阶自振频率依次为0.653 2、1.67、2.38 Hz。



(a) 三层剪切型结构　　(b) 模型

图1　计算简图

Fig. 1　Computation diagram

2.2　实验方法及步骤

结构动力时程分析选用Elcentro地震波，原始记录如图2。为了探究地震动大小对结构的影响，选择两种工况的地震烈度（7度多遇地震和8度罕遇地震）作为外加激励，根据加载等级的不同，对原始Elcentro波的加速度幅值进行调整，依照规范，两种工况的加速度幅值分别为110 gal和400 gal。

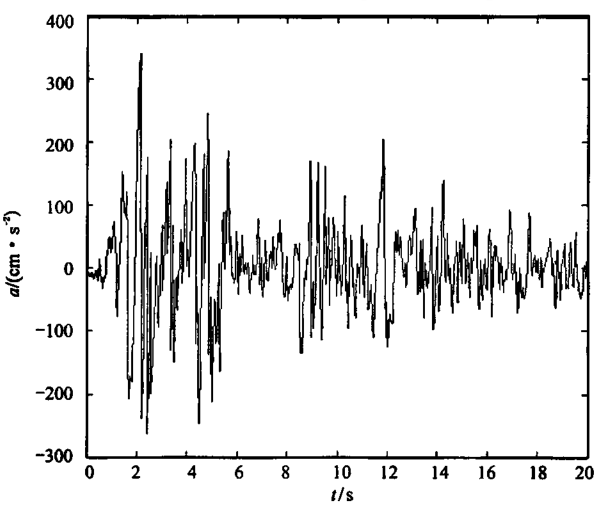


图2　Elcentro地震波原始记录(NS,1940)

Fig. 2　The original record of Elecentro seismic wave (NS,1940)

实验步骤：

(1)编程计算两种工况作用下结构各层的加速度时程响应，实验中，为了体现地震作用对结构的损伤，采用层间刚度衰减的方法来近似模拟。具体做法为：①对于7度多遇地震作用下，结构在8 s时底层刚度突然衰减80%；②对于8度罕遇地震作用下，结构在4 s时底层刚度突然衰减80%，接着9 s时底层刚度又衰减5%，同时第二层刚度衰减50%（这里的百分比是相对于层间初始刚度的衰减比例）。

(2)以结构未损伤时第三阶振型频率为截止频率，用巴特沃斯(Butterworth)低通滤波器[6]（通带截止频率Wp取0.072 Hz，阻带截止频率Ws取0.192 Hz，通带纹波系数Rp取1 dB，阻带纹波系数Rs取40 dB）对得到的每层加速度数据进行滤波，然后对滤波后的数据进行Hilbert-Huang变换分析（限制标准差SD取0.01）得到其Hilbert谱。

(3)对实验结果进行分析，得出结论。

限于篇幅，这里仅给出8度罕遇地震作用下结构顶层的加速度响应曲线及其滤波后的曲线，如图3所示。

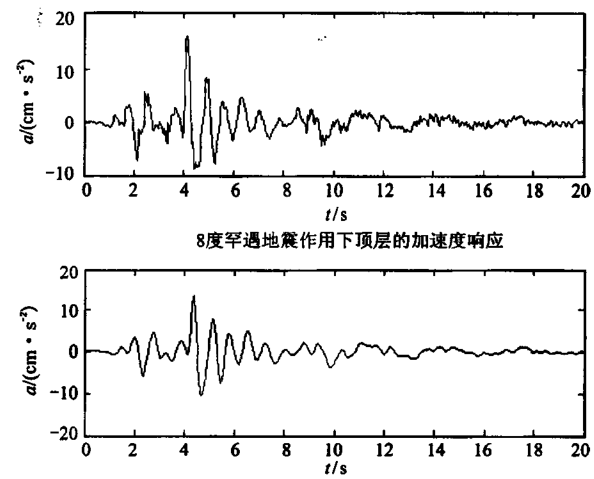


图3　第二种工况下顶层的响应与其滤波后响应

Fig. 3　The response under second operating condition and after filtered

2.3　实验结果分析

按照前述的实验方法和步骤，得到两种不同烈度的地震作用下的各层加速度响应值的Hilbert谱，如图4～图9所示。

各图中有三条宽频率带，可以很明显看到，随着仿真实验的进行，地震波的不断加载，频率带的集中频率在某一个时刻或某两个时刻突然或逐渐下降，下降后的频率带的集中频率大致保持不变，直至地震作用的结束。从图4～图6中可以看出集中频率开始下降的时刻在8 s左右（特别是图6表现明显），图7～图9中可以看出集中频率在4 s和9 s左右有不同程度的衰减（图7和图9也比较明显），这正好同仿真实验里所假定的条件相吻合，说明通过Hilbert谱可以检测到结构出现损伤，并且能够初步确定损伤所发生的时间。

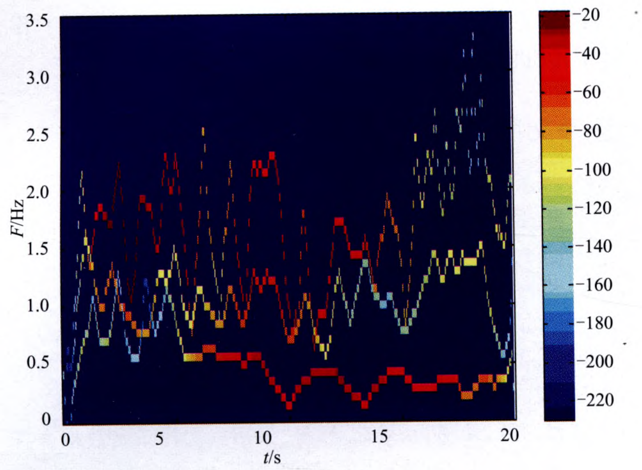


图 4　7 度多遇地震作用下底层响应的 Hilbert 谱

Fig. 4　The Hilbert spectrum of bottom floor response under intensity 7 frequently-occurred earthquake action

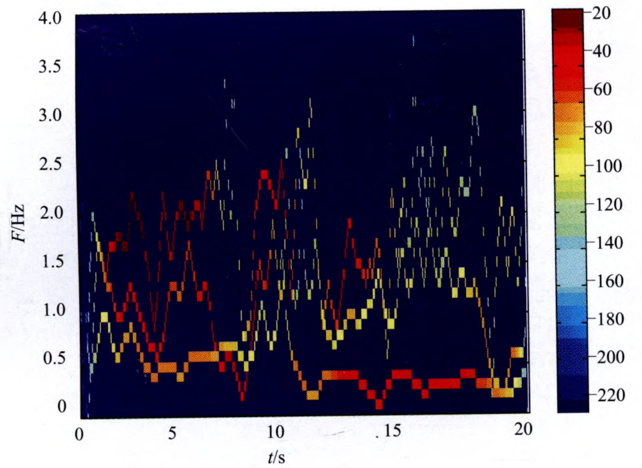


图 5　7 度多遇地震作用下第二层响应的 Hilbert 谱

Fig. 5　The Hilbert spectrum of second floor response under intensity 7 frequently-occurred earthquake action

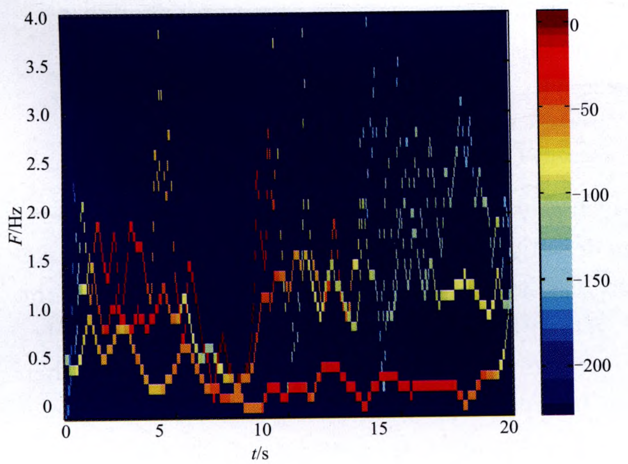


图 6　7 度多遇地震作用下顶层响应的 Hilbert 谱

Fig. 6　The Hilbert spectrum of top floor response under intensity 7 frequently-occurred earthquake action

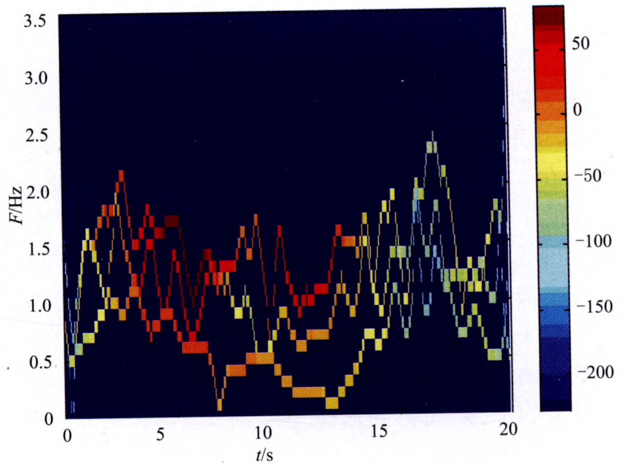


图 7　8 度罕遇地震作用下底层响应的 Hilbert 谱

Fig. 7　The Hilbert spectrum of bottom floor response under intensity 8 rarely-occurred earthquake action

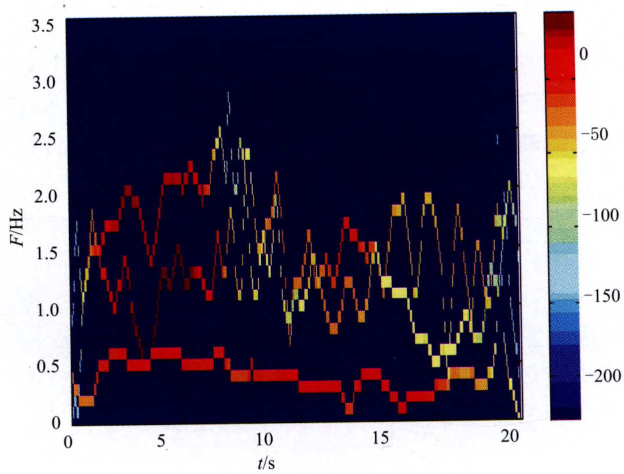


图 8　8 度罕遇地震作用下第二层响应的 Hilbert 谱

Fig. 8　The Hilbert spectrum of second floor response under intensity 8 rarely-occurred earthquake action

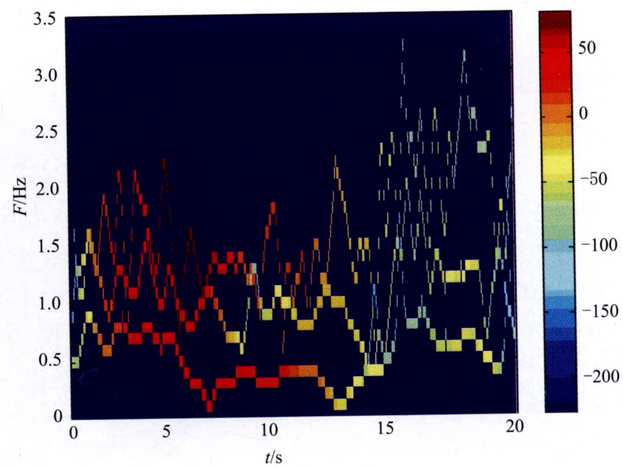


图 9　8 度罕遇地震作用下顶层响应的 Hilbert 谱

Fig. 9　The Hilbert spectrum of top floor response under intensity 8 rarely-occurred earthquake action

比较图4与图7、图5与图8、图6与图9,可以看出各层在8度罕遇地震作用下频率带集中频率的下降幅度都较7度多遇地震作用时大,说明结构破坏严重,这和动力程序里的设计一致。然后对比图4～图6,在7度多遇地震作用下,结构顶层频率带集中频率的下降幅度没有第二层和底层的下降幅度大,说明在低烈度地震作用下,结构仅低阶振型受影响,结构底部遭受破坏;再对比图7～图9,在8度罕遇地震作用下,结构顶层频率带集中频率下降幅度比7度多遇地震时要大,这说明随着地震烈度的增大,地震作用的加强,结构高阶振型逐渐受影响,从而导致结构上部的破坏。

3 结语

(1)本文进行了基于Hilbert-Huang变换的结构损伤检测的仿真实验,计算模型为某三层剪切型层模型结构,考虑了两种不同烈度的地震作用,分别得到了各层在每种工况下的加速度响应,然后用巴特沃斯低通滤波器对每组加速度数据进行滤波,滤除其中的高频成分,保留对分析有用的低频信号,最后对滤波后的数据进行HHT分析,得到相应的Hilbert谱。分析各层的Hilbert谱可以知道结构是否损伤,并能够初步确定损伤的发生时刻。

(2)通过本次仿真实验可以看出,在低烈度7度多遇地震作用下,结构仅低阶振型受影响,结构底部遭受破坏;而随着地震烈度的增大,地震作用的加强,在8度罕遇地震作用下,结构高阶振型逐渐受影响,从而导致结构上部的破坏。

(3)本次仿真实验只能通过结构固有频率定性变化确定结构损伤,没有定量确定固有频率的下降与结构损伤程度之间的关系,这在以后的研究工作中可以进行探讨。

参考文献:

[1] Norden E. Huang, Zhen Shen. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. Proc. R. Soc. Lond. A, 1998, 454: 903-995

[2] Norden E. Huang, Zhen Shen. A new view of nonlinear water waver: the Hilbert spectrum[J]. Ann Rev Fluid Mech, 1999, 31: 417-457

[3] 尚 磊,徐勇勇,侯茹兰,等.采用三次样条函数拟合身高百分位数曲线[J].第四军医大学学报,2001,22(16):1525-1527
Shang L, Xu Y Y, Hou R L, et al. Using cubic smoothing spline fitting height centile curves [J]. Journal of The Fourth Military Medical University, 2001, 22(16): 1525-1527

[4] 钟佑明,秦树人,汤宝平.Hilbert-Huang变换中的理论研究[J].振动与冲击,2002,21(4):13-17
Zhong Y M, Qin S R, Tang B P. Study on the theory of Hilbert-Huang Transform[J]. Journal of Vibration and Shock, 2002, 21(4): 13-17

[5] 公茂盛,谢礼立.HHT方法在地震工程中的应用之初步探讨[J].世界地震工程,2003,19(3):39-43
Gong M S, Xie L L. Discussion on the application of HHT method to earthquake engineering[J]. World Earthquake Engineering, 2003, 19(3): 39-43

[6] 李钟慎.基于MATLAB设计巴特沃斯低通滤波器[J].信息技术,2003,27(3):49-51
Li Z S. The design of Butterworth lowpass filter based on MATLAB[J]. Information Technology, 2003, 27(3): 49-51

Structural Damage Detection Based on Hilbert-Huang Transform Theory

CHENG Lei[1], QU Wei-lian[2]

(1. Research Institute of Structural Engineering and Disaster Reduction, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Hubei Key Laboratory of Roadway Bridge and Structure Engineering, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China)

Abstract: This paper introduces a new method for analyzing nonlinear and non-stationary data-Hilbert-Huang transform, and applies it to the structural damage detection. The simulation experiment is that the three layer shear type building structure is excited by two earthquakes with different intensities, and the structural damage in this process is simulated by interlayer stiffness attenuation method approximately. We use Butterworth low-pass filter to filter every-floor acceleration data gained in the experiment, then use Hilbert-Huang transform to analyze the data already filtered to get the Hilbert spectrum. Through analyzing the Hilbert spectrum, results show that with this method, the damage information can be extracted from the measured response data effectively and the health conditions about the structure can be monitored.

Key words: HHT; EMD; IMF; structural damage detection