

有限元子域法分析土石混合介质的饱和导水率

蔡松柏^{1,2}, 邵明安², 付晓莉², 刘春平³, 吕殿青¹

(1. 湖南师范大学 资源与环境科学学院, 湖南 长沙 410081; 2. 中国科学院水利部水土保持研究所, 黄土高原土壤侵蚀与旱地农业国家重点实验室, 陕西 杨凌 712100; 3. 防灾科技学院, 北京 101601)

摘要: 在黄土高原水蚀风蚀交错地区, 碎石的存在影响着土壤的水力学特性, 因此研究土石混合介质的渗流运动对该地区的植被恢复建设具有重要的指导意义。虽然用有限元法分析地下水渗流的工作很多, 但对土石混合介质而言, 由于有限元法的解题规模迅速增加, 其研究甚少。本模型采用子域法矩形单元, 假定土石体中石块含量增加不影响土的孔隙率且石块不透水分析了土石混合介质中的渗流过程。结果表明, 影响土石混合介质饱和导水率的主要因素是土石介质的含石率; 石块的大小基本不影响混合介质饱和导水率; 石块分布方式增加水流路径时, 会影响混合介质饱和导水率。这一数值分析结论与土石体渗流问题的部分理论结果和试验结果吻合良好。本模型子域法计算效率高, 结果较准确, 可用于较大规模的土石混合介质渗流分析, 还可推广用于土石混合介质的三维分析和多级子域法有限元技术以获得更大规模的解题效果。

关键词: 土石混合介质; 地下水渗流; 子域法; 有限单元法; 饱和导水率

中图分类号: S275 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-2242(2008)04-0047-05

Analysis for Saturated Conductivity of Soil Stone Mixtures by Sub-domain Technique of Finite Element Method

CAI Song-bai^{1,2}, SHAO Ming-an², FU Xiao-li², LIU Chun-ping³, LV Dian-qing¹

(1. College of Resources and Environment Science, Hunan Normal University, Changsha, Hunan 410081;

2. State Key Laboratory of Soil Erosion and Dryland Farming on the Loess Plateau, Institute of Soil and Water Conservation,

CAS & MWR, Yangling, Shaanxi 712100; 3. Institute of Disaster Prevention Science and Technology, Beijing 101601)

Abstract: In the wind-water erosion crisscross region on the Loess Plateau, the existence of stone fragments influences soil water hydraulic properties and restricts plant water efficiency. Therefore, results of this investigation for seepage flow of soil-stone mixtures could be useful to vegetation restoration in this region. Although there are a lot of researches on the seepage flow of underground water, few of them are for soil stone mixture because of its largely increasing scale of FEM solution. By employing rectangular element of sub-domain technique of finite element model and assuming that the increase of stone content in the mixture has no effects on porosity of soil and that stone is a material of no seepage, this work has analyzed the seepage flow of soil stone mixture. The computational results of this model show that the main factor which affects saturated water conductivity of soil stone mixture is the stone contents, while the stone size almost has no influence on it. However the distribution layout of stone in soil of this model is the second affecting factor for the average seepage flow velocity if the stone layout increases the length of seepage flow path. And the numerical achievements are in good agreement with some author's theoretical results and experimental results. The sub-domain method is of high computational performance and accuracy. And it can be used for analyzing large scale seepage flow in soil stone mixture. In addition, the method could be generalized for 3D analysis of soil stone mixture and for larger scale simulation of seepage by multi-sub-domain technique.

Key words: soil stone mixture; seepage flow of underground water; sub-domain technique; finite element method; saturated water conductivity

在黄土高原水蚀风蚀交错的干旱、半干旱地区, 土壤中常含有一定量的碎石或砾石。这些碎石或砾石的存

收稿日期: 2007-12-13

基金项目: 国家自然科学基金(50479063, 90502006)

作者简介: 蔡松柏(1962-), 男, 博士, 副教授, 主要从事工程结构计算和土地科学研究。E-mail: s. cai@hunnu.edu.cn

在改变了水分的运动路径及通道,进而影响了土壤的水力学特性。尽管国内外学者在土石混合介质的侵蚀特征及入渗性能等方面作了大量的试验研究^[1-7],但少数文献从数值上揭示碎石的存在对土壤渗透性能的影响。目前,有研究用有限元法分析地下水的渗流问题,但对断裂与裂隙或土石混合介质的模拟计算过于复杂,精度较差^[8-12]。本研究将提出一种有效的子域法模型,通过 FORTRAN 计算程序进行参数分析,在数值上揭示碎石含量、大小对土石混合介质渗流和土壤饱和导水率的影响,可为进一步开展土石混合介质水分养分运移的深入研究提供参考。

1 理论与列式

进行土石混合介质渗流分析时,有限元法或采用均匀介质模型或在均匀介质中加有限个大尺寸的石块。而在石块大量存在的土石混合介质中,对石块的忽略或均匀等效处理均会带来分析误差。本研究开发了如图 1 所示的 2 种四边形单元子域法,并将介质视为由不同个数的该子域组成。

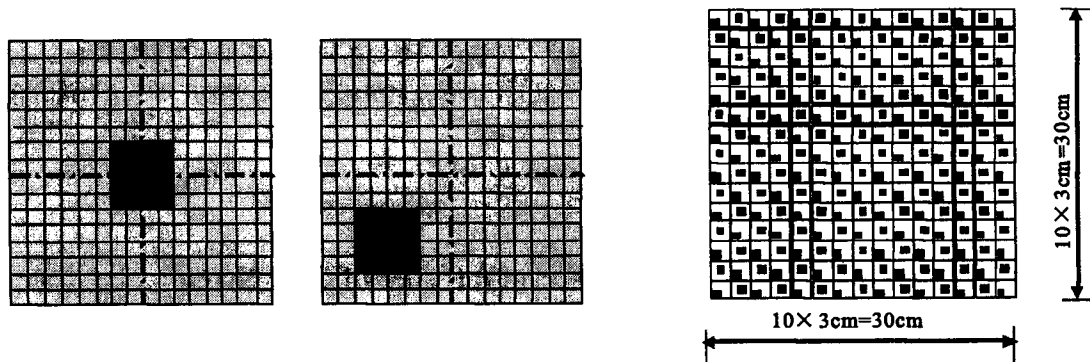


图 1 900 个矩形土石单元组成的子域和土石混合介质全域模型

由于定常渗流场的基本偏微分方程为:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[k_x \frac{\partial H}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[k_y \frac{\partial H}{\partial y} \right] = Q \quad (1)$$

由有限单元法,将区域 Ω 划分为 4 节点矩形单元 e ,每个单元采用双线性分片插值函数,对(1)式应用伽辽金法可得单元矩阵

$$K^e = \frac{k_x b}{6a} \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 & 1 \\ & 2 & 1 & -1 \\ \text{对} & & 2 & -2 \\ \text{称} & & & 2 \end{bmatrix} + \frac{k_y a}{6b} \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & -2 \\ & 2 & -2 & -1 \\ \text{对} & & 2 & 1 \\ \text{称} & & & 2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: a, b ——单元的长和宽。

对每一个包含石头的子域采用 $30 \times 30 = 900$ 个矩形单元,由包含渗水的土壤单元和不渗水的石头单元组成。每一个包含石头的子域有 961 个节点,将这 961 个节点分成内部节点和外部节点。将各外部节点的水头值记为 H_0 ,内部各土壤单元节点(包括土壤与石头边界的节点)的水头值记为 H_i ,对于每一个包含石头的子域,每个单元都可由(2)式求得一刚度矩阵,对其中的石头单元取渗透系数 $k_x = k_y = 0$ 。由于石头单元内部自由度处于子域的内部,对应的子域有限元方程的右端为零,因此石头内部节点自由度对应的水头值也为零,于是可得

$$\begin{bmatrix} K_\infty & K_\alpha \\ K_\alpha & K_\infty \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_i \\ H_0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_i \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

将方程展开后再合并可得

$$K_i H_i = F_i \quad (4)$$

$$K_i^{-1} = K_{ii}^{-1} - K_{i0} K_{00}^{-1} K_{0i} \quad (5)$$

将子域的矩阵采用有限元法的对号入座便可得到土石混合域的整体刚度矩阵。本研究中将土壤渗透系数视为 0.0001 cm/s ,土石域的边界是左右两侧为不透水边界,上侧静水压力为 30 N/cm ,下侧为自由渗透边界。

2 结果与分析

2.1 土石面积比对土壤渗流速度的影响

根据以上列式,编制了子域法有限元程序,计算了二维土石混合介质的渗流问题,计算域为 $30 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$

的土石混合介质。如图 1 所示,将该域划分为 10×10 个子域,每个子域的大小为 $3 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$,将每个子域的土壤部分划分成 $0.1 \text{ cm} \times 0.1 \text{ cm}$ 的平面渗流单元。石头在子域的正中心,大小分别为 0.6 cm 到 2.4 cm 的正方形。表 1 为各种不同土石

表 1 各种不同土石面积比条件下土石混合介质中平均渗流速度 10^{-4} cm/s

土石混合介质中平均渗流速度的比较。	土单元数	石单元数	土面积/ cm^2	石面积/ cm^2	石面积 比率	石缝平均渗流 速度计算值	土壤平均渗流 速度计算值	土壤平均渗流 速度理论值 ^[4]
其中,土壤平均渗流速度指	864	36	8.64	0.36	0.040	0.983	0.918	0.941
石头上方和下方土壤中的渗	836	64	8.36	0.64	0.071	0.966	0.858	0.897
流速度,而石缝平均渗流速	800	100	8.00	1.00	0.111	0.943	0.787	0.842
度指石头两侧土壤中的渗流	756	144	7.56	1.44	0.160	0.915	0.707	0.778
速度。由表 1 可知,石缝平	704	196	7.04	1.96	0.218	0.882	0.620	0.705
均渗流速度和土壤平均渗流	644	256	5.44	2.56	0.284	0.852	0.537	0.627
速度的计算值均随石面积比	576	324	5.76	3.24	0.360	0.820	0.452	0.542
率的增大而减小。其中,土	500	400	5.00	4.00	0.444	0.790	0.369	0.455
壤平均渗流速度比石缝平均	416	484	4.16	4.84	0.538	0.762	0.289	0.364
渗流速度减小的幅度更大,	324	576	3.24	5.76	0.640	0.736	0.213	0.273

注:土壤平均渗流速度理论值是由 Peck 和 Watson 理论获得^[5]。

这是由于石块增多后石缝是过水断面,而土壤过水面积相对增大的原因。另外,各面积比率下的土壤平均渗流速度计算值均小于其理论值,这主要是由于本文计算方法中采用的石块是方形,而 Peck 和 Watson^[5]理论值的石块是球形,由 $K_s/K_t = 2(1-R_v)/(2+R_v)$ 计算,式中: K_s, K_t ——含碎石土壤和匀质土壤的饱和含水率; R_v ——碎石体积含量。

2.2 石块位置对土壤渗流速度的影响

表 2 石头位置不同时平均渗流速度的比较 10^{-4} cm/s

表 2 为石头大小为 $1.0 \text{ cm} \times 1.0 \text{ cm}$ 时 $30 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$ 土石介质的渗流问题。石头中心沿子域的 45° 对角线向左下方向偏移,共计算了石头沿 X 和 Y 方向在单元内部分别偏移 $0.1 \text{ cm}, 0.2 \text{ cm}, 0.3 \text{ cm}, 0.4 \text{ cm}, 0.5 \text{ cm}, 0.6 \text{ cm}$ 和 0.7 cm 7 种情况。表 2 为石块处于子域单元不同位置条件下土石混合介质中平均渗流速度的比较。从表 2 看出石块在子域的位置基本不影响土壤平均渗流速度。虽然对石头间土壤缝隙的平均渗流速度有影响,但影响不大。这说明本模型能充分反映土石混合介质的渗流特点,石块的面积率是影响土石混合介质渗流速度的主要因素。图 2 为各种

X 方向偏 移量/cm	Y 方向偏 移量/cm	石缝平均渗流 速度计算值	土壤平均渗流 速度计算值
0	0	0.943	0.78657
0.1	0.1	0.953	0.78656
0.2	0.2	0.964	0.78655
0.3	0.3	0.977	0.78657
0.4	0.4	0.993	0.78660
0.5	0.5	1.010	0.78664
0.6	0.6	1.032	0.78670
0.7	0.7	1.057	0.78679

石块位置条件下土石混合介质全域左半部分自由渗流面的渗流速度比较。从图 2 可看出石块偏移量越大,土壤渗流速度越不均匀,但其平均速度(即渗流总量)几乎没有变化。

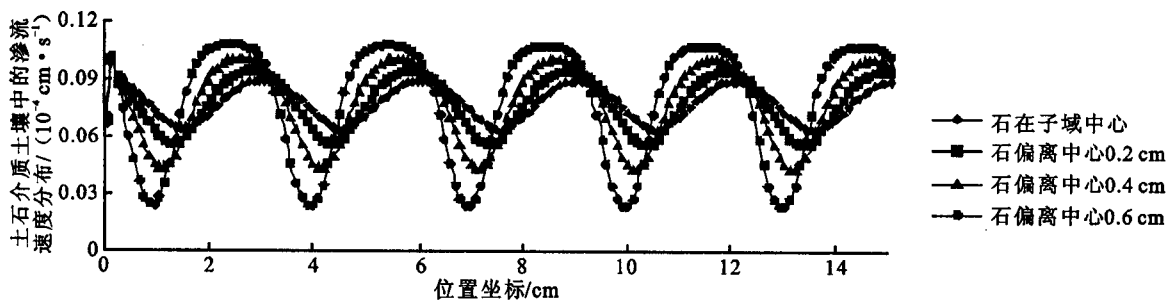


图 2 土石混合介质中石块偏离子域中心的距离对渗流速度分布的影响

2.3 石块大小对土壤渗流速度的影响

本研究进一步计算了 $30 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$ 土石混合介质的渗流问题,将其分别划分为 $5 \times 5, 15 \times 15$ 和 20×20 个子域,每个子域的大小分别为 $6 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}, 2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$ 和 $1.5 \text{ cm} \times 1.5 \text{ cm}$,均由 $30 \times 30 = 900$ 个单元组成,单元的大小分别为 $0.2 \text{ cm} \times 0.2 \text{ cm}, 0.06667 \text{ cm} \times 0.06667 \text{ cm}$ 和 $0.05 \text{ cm} \times 0.05 \text{ cm}$,子域内石头的大小分别为 $0.6 \text{ cm} \times 0.6 \text{ cm}, 1.0 \text{ cm} \times 1.0 \text{ cm}, 1.4 \text{ cm} \times 1.4 \text{ cm}, 1.6 \text{ cm} \times 1.6 \text{ cm}, 2.0 \text{ cm} \times 2.0 \text{ cm}, 2.2 \text{ cm} \times 2.2 \text{ cm}$

和 2.4 cm×2.4 cm 共 7 种情况,其余参数同上。表 3 所示为石块处于子域中心时,面积率相同条件下,不同石块大小对土石混合介质中平均渗流速度的影响。从表 3 看出石面积率一定时,石块大小基本不影响土石介质中土壤的平均渗流速度和石头间土壤缝隙的渗流速度。这与理论分析的结果相吻合。

表 3 各种不同的石块大小对土石混合介质中平均渗流速度的影响 10⁻⁴cm/s

土面积/ cm ²	石面积/ cm ²	石面积 比率	石缝平均渗流速度计算值				土壤平均渗流速度计算值			
			5×5 子域	10×10 子域	15×15 子域	20×20 子域	5×5 子域	10×10 子域	15×15 子域	20×20 子域
8.64	0.36	0.0400	0.9832	0.9831	0.9829	0.9826	0.9180	0.9184	0.9187	0.9190
8.00	1.00	0.1111	0.9431	0.9430	0.9428	0.9426	0.7862	0.7866	0.7869	0.7872
7.04	1.96	0.2178	0.8814	0.8815	0.8815	0.8813	0.6199	0.6204	0.6207	0.6210
5.44	2.56	0.2844	0.8523	0.8523	0.8522	0.8521	0.5364	0.5366	0.5369	0.5372
5.00	4.00	0.4444	0.7900	0.7900	0.7899	0.7899	0.3688	0.3690	0.3692	0.3694
4.16	4.84	0.5377	0.7618	0.7618	0.7618	0.7617	0.2892	0.2894	0.2895	0.2897
3.24	5.76	0.6400	0.7359	0.7359	0.7359	0.7359	0.2127	0.2128	0.2129	0.2130

图 3 所示为石面积率一定的情况下,石块大小对土石混合介质全域左半部分自由渗流面的渗流速度分布的比较。从图 3 可以看出石块越小,土壤渗流速度变化越快,但其变化曲线相似,变化幅度相同,说明其平均速度,也即渗流总量没有变化。

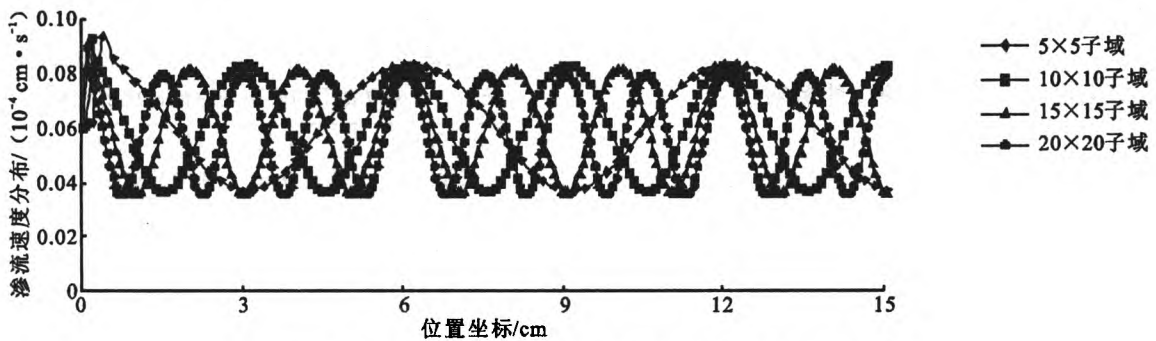


图 3 土石面积率相同时石块大小变化对渗流速度分布的影响

2.4 石块布置方式对土壤渗流速度的影响

为了更准确地模拟石块在土壤中的不同布置方式导致导水通道增长对土壤渗透性的降低,本研究进一步计算了 30 cm×30 cm 的土石混合介质的渗流问题,将其分别划分为 15×15 个子域,每个子域的大小为 1.5 cm×1.5 cm,均由 30×30=900 个单元组成,单元的大小为 0.066 67 cm×0.066 67 cm,子域内石头的大小为 1.0 cm×1.0 cm 和 1.6 cm×1.6 cm 2 种情况,一个子域内石头布置在正中,另一个子域内石头布置在偏心位置。表 4 所示为偏心石块处于不同位置时对土石混合介质中平均渗流速度的影响。从表中可以看出不同的石块布置方式对土石混合体的渗透性有较大影响。图 4 代表全域被划分成为 2×2(子域大小 15 cm×15 cm 土面积 8.64 cm²,石面积 0.36 cm²,石面积率 0.04)子域、2 种子域类型的 3×3 子域和 3 种子域类型的 4×4 子域的土石混合介质全域的渗流速度分布。

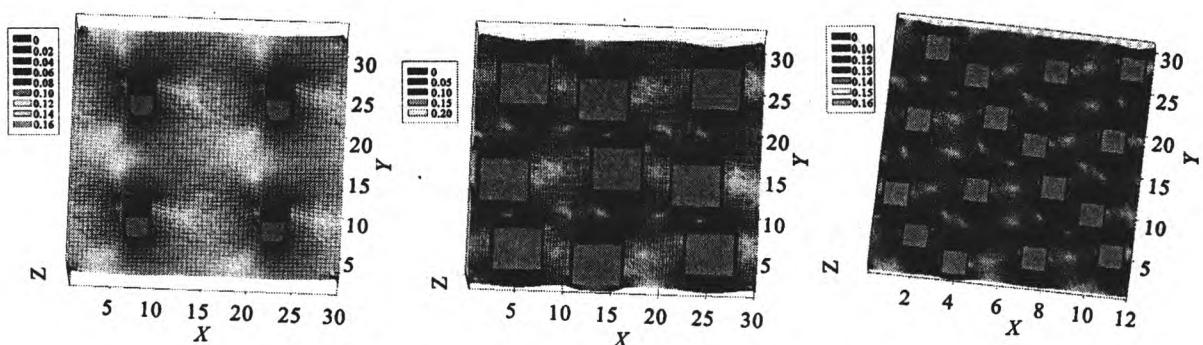


图 4 不同子域类型土石介质的渗流速度分布

表 4 石头处于土石子域不同位置时土石混合介质中平均渗流速度

10^{-4} cm/s

石头 X 方向 偏移量/cm	石头 Y 方向 偏移量/cm	1 cm×1 cm 石块		1.6 cm×1.6 cm 石块	
		石缝平均渗流	土壤平均渗流	石缝平均渗流	土壤平均渗流
		速度计算值	速度计算值	速度计算值	速度计算值
0	0	0.9430	0.7866	0.8523	0.5366
0.2	0.2	0.9523	0.7864	0.8740	0.5354
0.4	0.4	0.9626	0.7848	0.8957	0.5301
0.5	0.5	0.9681	0.7836	0.9055	0.5255
0.6	0.6	0.9739	0.7820	0.9135	0.5194
0.7	0.7	0.9800	0.7803	—	—
0.8	0.8	0.9865	0.7782	—	—

土石混合介质的导水率受 3 个因素的影响,一是含石量,本文的有限元模型当假定石块的导水率为零时能很清楚的模拟这种情况,二是由于石块存在导致水的渗流路径增长而致导水率降低,这个因素也容易被上述模型反映出来。三是当含石量达到一定水平且石子平均直径较小时,土石介质中的空隙会迅速增加而致导水率迅速加大,这种情况与土石体的压实程度相关,在周蓓蓓和邵明安^[1]的试验中均能观测到由于土石体空隙增加,而致导水率随含石量先减少后增加的现象。而周中和傅鹤林等^[3]的试验给出了导水率随含石量的增长而呈指数增长的关系,这是由于试验的土石体是用做透水的工程材料,没有充分压实。图 5 给出了一个本文 FEM 计算结果与周蓓蓓和邵明安^[1]的试验结果和 Peck 和 Watson^[5]的理论解的对比,可见三者具有较好的一致性。

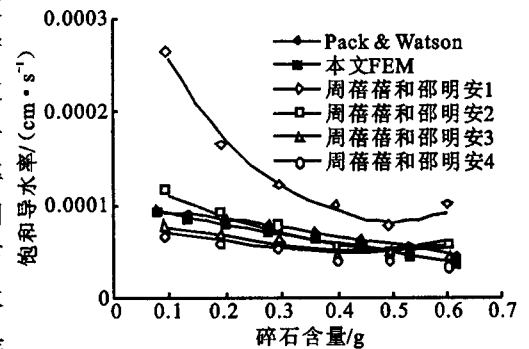


图 5 土石混合介质饱和导水率的对比

3 结 论

本研究用子域法有限元模型分析了土石混合介质渗流,计算结果较好,并可用于较大规模的土石混合介质渗流分析。当全域划分成 20×20 子域时,未知量规模达 36 万,本法编制的程序可在 PC 机上顺利求解。而且如果更进一步采用二级和三级子域法有限元技术可望把解题规模提高。

本模型的分析结果表明影响土石混合介质中饱和导水率的主要因素是介质的含石率,石块的大小只影响流动速度的均匀性。石块小时,土石介质中土壤渗流速度基本均匀,石块大时,土壤渗流速度波动大。石块分布均匀时,在不增加水流路径情况下,石块分布位置基本不影响土壤中水的饱和导水率,当增长水流路径时其分布位置影响土壤中水的饱和导水率,两种情况都对石头间土壤缝隙中水的平均渗流速度有影响,但影响不大,在 5% 左右。这说明本模型能充分反映土石混合介质的渗流特点,石块的面积率是影响土石混合介质渗流速度的主要因素。

参考文献:

- [1] 周蓓蓓,邵明安. 土石混合介质饱和导水率的研究[J]. 水土保持学报,2006,20(6):52-66.
- [2] 周蓓蓓,邵明安. 不同碎石含量及直径对土壤水分入渗过程的影响[J]. 土壤学报,2007,44(5):801-807.
- [3] 周中,傅鹤林,刘宝琛等. 土石混合体渗透性能的试验研究[J]. 湖南大学学报,2006,33(6):25-28.
- [4] 王慧芳,邵明安. 含碎石土壤水分入渗试验研究[J]. 水科学进展,2006,17(5):604-609.
- [5] Brakensiek D L, Rawls W J, Stephenson G R. Determining the saturated hydraulic conductivity of a soil containing rock fragments[J]. Soil Sci. Soc. Am. J., 1984,50:834-835.
- [6] 朱元骏,邵明安. 不同碎石含量的土壤降雨入渗和产沙过程初步研究[J]. 农业工程学报,2006,22(2):64-67.
- [7] Zhu Y J, Shao M A. Estimating saturated hydraulic conductivity of soil containing rock fragments with disc infiltrometer [J]. Transactions of the Chinese Society of Agriculture Engineering, 2006,22(11):1-5.
- [8] 周桂云,李同春. 渗流场排水子结构法有限元分析的局部非协调网格解法[J]. 水利水电科技进展,2007,27(2):26-29.
- [9] 岳明,张燎军. 渗流场求解的改进排水子结构法[J]. 岩土工程学报,1997,19(2):69-76.
- [10] 王镭,刘中,张有天. 有排水孔幕的渗流场分析[J]. 水利学报,1992,23(4):15-20.
- [11] 速宝玉,朱岳明. 不变网格确定渗流自由面的结点虚流量法[J]. 河海大学学报,1991,19(5):113-117.
- [12] 朱岳明,陈振雷. 改进排水子结构法求解地下厂房洞室群的复杂渗流场[J]. 水利学报,1996,27(9):79-85.