

强度折减有限元法研究开挖边坡的稳定性

Stability analysis of excavation by strength reduction FEM

连镇营, 韩国城, 孔宪京

(大连理工大学 海岸和近海工程国家重点实验室, 辽宁 大连 116024)

摘要:用强度折减有限元方法对开挖边坡的稳定性进行了较为全面的研究。分析结果表明:当折减系数达到某一数值时,边坡内一定幅值的广义剪应变自坡底向坡顶贯通,认为边坡破坏,定义此前的折减系数为安全系数;和强度指标相比,弹性模量、泊松比、剪胀角和侧压力系数对边坡的安全系数影响不大;开挖边坡和天然边坡具有相似的破坏形式,表明强度折减有限元方法适用于开挖边坡的稳定性分析。最后指出,强度折减有限元法具有广泛的适用性和良好的应用前景。

关键词:强度折减技术;弹-完全塑性有限元;开挖边坡;稳定分析

中图分类号: TU 441; U 416.1

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2001)04-0407-05

作者简介:连镇营,男,1972年生,1998年获大连理工大学硕士学位,现在该校攻读博士。主要从事土工建筑物数值计算方面的研究。

LIAN Zhen-ying, HAN Guo-cheng, KONG Xian-jing

(State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: An elasto-plastic shear strength reduction FEM is used to analyze the stability of excavation slope. A well defined failure shear strain zone is formed in the excavation slope. It is found that elastic modules, Poisson's ratio, dilation angle and lateral pressure coefficient, compared with cohesion and friction angle, have little effect on safety factor of slope. As failure pattern of excavation slope is similar with that of natural slope, it is concluded that the method is appropriate for stability analysis of excavation slope. It is believed that the shear strength reduction FEM method can be widely applied in the engineering practice because this method benefits over limit equilibrium method.

Key words: strength reduction technique; elasto-plastic FEM; excavation slope; stability

1 前言

用有限元方法分析边坡稳定问题克服了极限平衡方法中将土条假设为刚体的缺点,考虑了土体的非线性本构关系,能模拟边坡的施工过程,可适用于任意复杂的边界条件。通常,用有限元法分析边坡稳定的步骤是首先计算出边坡内每一单元的应力,然后按沿整个滑裂面的抗剪强度与实际产生的剪应力之比来求得安全系数。Duncan(1996)^[1]指出边坡安全系数可以定义为使边坡刚好达到临界破坏状态时,对土的剪切强度进行折减的程度,即定义安全系数是土的实际剪切强度与临界破坏时折减后的剪切强度的比值。这种强度折减技术特别适合用有限元方法来实现,早在1975年 Zienkiewicz^[2]就用此方法分析边坡稳定,只是由于需要花费大量的机时而在具体应用中受到限制,Wong(1984)^[3]给出了用有限元方法分析边坡稳定性误差产生的原因。现在,随着微机的发展和有限元计算技术的提高,强度折减有限元法正成为边坡稳定分析研究的新趋势。例如, Ugai(1989)^[4], Matsui 和 San(1992)^[5], Ugai 和 Leshchinsky(1995)^[6], Griffiths 和 Lane(1999)^[7], Dawson 和 Roth(1999)^[8], Manzari 和 Nour(2000)^[9]等都对此做了进一步的研究,国内的宋二祥(1997)^[10]也进行了相应的研究工作,尽管方法的具体

细节各有不同,但是数值结果均表明,强度折减有限元法能得到与极限平衡法几乎接近的安全系数和临界滑动面。

以上的研究分析大多是针对天然边坡和填筑边坡。对于开挖产生的边坡,由于土体处于卸荷状态,其受力状态与天然边坡和填筑边坡不同,强度折减技术是否完全适用于开挖边坡的稳定性分析,文献[5]和[9]的观点不尽相同。本文采用强度折减有限元方法,对开挖边坡的稳定性进行了较为全面的研究。土体的本构关系采用弹-完全塑性模型,屈服和强度准则采用 Mohr-Coulomb 准则,计算方法为增量迭代有限元方法。主要研究了安全系数 F_s 的定义标准;土体参数对安全系数 F_s 的影响;以及开挖边坡与天然边坡的稳定性分析比较。

2 计算原理

2.1 强度折减技术

强度折减技术^[8]的要点是利用公式(1)和(2)调整土体的强度指标 c, φ , 其中 F_t 为折减系数,然后对土坡进行有限元分析,通过不断地增加折减系数 F_t , 反复分析土坡,直至其达到临界破坏,此时得到的折减系

数即为安全系数 F_s 。上述公式为

$$c_t = c/F_t \quad (1)$$

$$\varphi_t = \arctan(\tan\varphi/F_t) \quad (2)$$

强度折减法的优点是安全系数可以直接得出,不需要事先假设滑裂面的形式和位置,另外可以考虑土坡的渐进破坏过程。

2.2 破坏标准的定义

用强度折减有限元方法分析边坡的稳定性,通常采用解的不收敛性(Zienkiewicz 和 Taylor, 1989)做为破坏标准^[4,7,8],在用户指定的收敛准则下算法不能收敛,表示应力分布不能满足土体的破坏准则和总体平衡要求,意味着出现破坏。文献[4]指定迭代次数为500,超过这个限值则认为土体破坏,这个迭代次数限值有很大的人为因素。文献[8]假定当节点的不平衡力与外荷载的比值超过 10^{-3} 来确定安全系数,其中隐含着必须以某一迭代次数作为收敛准则。也就是说,当采用解的不收敛性作为破坏的判别标准,物理意义不是十分明确,需要进行一定的计算假定。文献[7], [9]和[10]通过绘制边坡内某一点的位移(或位移增量)与折减系数的关系曲线来确定安全系数,文献[7]把这种判别方法归为解的不收敛性范畴。

在一些模型试验中^[3,11],研究者们发现边坡破坏时形成了明显的剪切破坏带,在边坡内自坡底向上贯通。文献[11]同时对土石坝的破坏进行了数值模拟,破坏时形成的明显剪切破坏区域与模型试验的结果相一致。根据这一思路,为了克服以解的不收敛性作为破坏标准的缺点,本文尝试着利用图形可视化技术绘制边坡内广义剪应变的分布图,如果在某一折减系数下,土体内某一幅值的广义剪应变自坡角底部下方向坡顶上方贯通,则认为此前的折减系数为安全系数。该方法图形显示清楚,物理意义较为明确。

2.3 土体的本构模型

土体的本构关系采用弹-完全塑性模型,屈服准则为 Mohr-Coulomb 准则,在三维空间的表达形式如公式(3)所示,假设屈服准则和破坏准则相同。式(3)表示为

$$f(I_1, J_2, J_3) = \frac{1}{2} \{3(1 - \sin\varphi)\sin\theta + \sqrt{3}(3 + \sin\varphi) \cdot \cos\theta\} \sqrt{J_2} - I_1 \sin\varphi - 3c \cos\varphi = 0 \quad (3)$$

式中 c, φ 为强度指标; I_1 为第一应力不变量, J_2 和 J_3 为第二、三应力偏张量; θ 为应力洛德角。

在对土体进行弹-完全塑性有限元分析时,如果高斯点上的应力在破坏面之内,该区域处于弹性状态;如果正好位于破坏面上,则处于屈服状态;如果在破坏面外,则必须进行应力修正。

为了克服 Mohr-Coulomb 屈服面上的奇异线或尖角,塑性势函数的表达式如公式(4)所示:

$$\phi(I_1, J_2) = \sqrt{J_2} - \alpha \cdot I_1 \quad (4)$$

式中 $\alpha = \tan\psi/\sqrt{9 + 12\tan^2\psi}$, ψ 为剪胀角。

2.4 弹塑性有限元计算要点

增量理论的弹塑性应力和应变关系如下:

$$\{d\sigma\} = ([D_e] - (1-r)[D_p])\{d\epsilon\} \quad (5)$$

式中 $[D_e]$ 为弹性矩阵, $[D_p]$ 为塑性矩阵,具体形式如公式(6)所示。

$$[D_p] = \frac{[D_e] \begin{Bmatrix} \frac{\partial g}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial g}{\partial \sigma} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial f}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \end{Bmatrix}^T [D_e]}{\begin{Bmatrix} \frac{\partial f}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \end{Bmatrix}^T [D_e] \begin{Bmatrix} \frac{\partial g}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial g}{\partial \sigma} \end{Bmatrix}} \quad (6)$$

当 $r = 1$ 时,使用弹性矩阵;当 $r = 0$ 时,使用完全弹塑性矩阵;当 $0 < r < 1$ 时,表示单元由弹性状态向弹塑性状态过渡,使用弹-塑性矩阵。根据文献[12], r 可近似采用下式进行计算:

$$r = -f_0/(f_1 - f_0) \quad (7)$$

式中 f_0 为初始应力状态(弹性)对应的屈服函数值; f_1 为试探应力状态(塑性)对应的屈服函数值。

由于刚度矩阵计算时的近似性,由此计算的应力一般来说不会严格满足屈服条件。在计算中,这种误差是会累积的,因此必须进行修正,使应力回到屈服面上,限于篇幅,这里不再赘述,具体的计算步骤参见文献[12]。

2.5 开挖荷载的数值处理

认为在开挖过程的任意时刻,体系始终处于平衡状态,方程式如下:

$$(F_{int})_t = (F_{ext})_t \quad (8)$$

$$\text{内力} \quad (F_{int})_t = \int_{\Omega_t} B_t^T \{\sigma\}_t d\Omega \quad (9)$$

其中 $\{\sigma\}_t$ 为 t 时刻土体单元的总应力。

$$\text{外力} \quad (F_{ext})_t = \int_{\Omega_t} N_t^T f d\Omega + \int_{\Gamma_{ht}} N_t^T h d\Gamma \quad (10)$$

其中 f 为体力, h 为面力。

开挖是对上述平衡体系的破坏,由此产生的不平衡力如下:

$$F_{\Delta t} = \int_{\Omega_{\Delta t}} B_t^T \{\sigma\}_t d\Omega - \int_{\Omega_{\Delta t}} N_t^T f d\Omega - \int_{\Gamma_{h\Delta t}} N_t^T h d\Gamma \quad (11)$$

其中 $\Omega_{\Delta t}, \Gamma_{h\Delta t}$ 为由于开挖变化的域和边界。

3 计算步骤

在弹-完全塑性有限元分析中,单元采用八节点

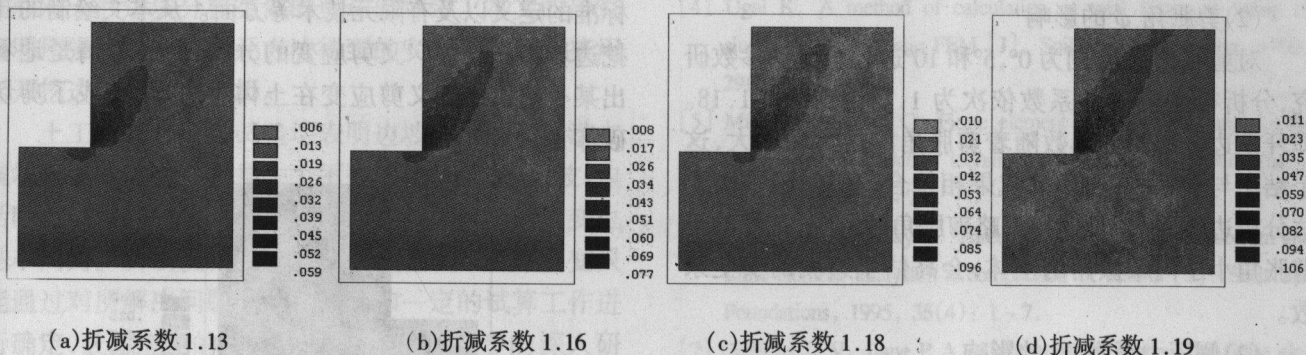


图1 各种折减系数对应的广义剪应变分布

Fig.1 Reduction factor versus shear strain

六面体等参元, 高斯点个数为 $2 \times 2 \times 2$, 小应变假设。将荷载分为若干等级, 在每一级荷载步内采用修正的 N-R 方法求解非线性方程。用强度折减有限元方法分析土体开挖稳定性的计算过程如下:

(1) 指定天然地基内的初始应力场 $\{\sigma_0\}$, 施加重力荷载, 进行体系的平衡检查。假设初始的位移场 $\{\delta_0\}$ 和应变场 $\{\varepsilon_0\}$ 为零。

(2) 进行分级开挖至指定的深度 h_i , 按照公式 (11) 计算本级开挖产生的不平衡荷载 $\{F_i\}$;

(3) 对不平衡荷载 $\{F_i\}$ 进行分步加荷, 第 j 步荷载为 $\{\Delta R_j\}$;

(4) 对第 j 步荷载 $\{\Delta R_j\}$ 进行弹塑性有限元迭代求解直至收敛, 计算原理参见第 2.3, 2.4 节, 得到第 j 步荷载 $\{\Delta R_j\}$ 作用下的位移增量 $\{\Delta \delta_j\}$ 、应变增量 $\{\Delta \varepsilon_j\}$ 和应力增量 $\{\Delta \sigma_j\}$ 。

(5) 重复进行步骤 4 的计算, 求出在第 i 级开挖深度下的位移场 $\{\delta_i\}$, 应变场 $\{\varepsilon_i\}$ 和应力场 $\{\sigma_i\}$ 。

(6) 对强度指标进行折减, 第 i 级开挖深度下的应力场 $\{\sigma_i\}$ 不再满足屈服准则, 对由此产生的不平衡力进行迭代计算, 直到满足收敛准则, 强度折减技术参见第 2.1 节。折减系数 F_i 的初始值为 1.01, 增量值为 0.01, 通过对强度指标的反复折减, 直到在定义的破坏标准下土体达到破坏为止, 此前的折减系数即本级开挖深度下边坡的安全系数 F_s 。

(7) 重复步骤 2~6 的计算直至开挖结束, 这样就能得到不同深度下的边坡安全系数, 从而进行稳定评价, 确定极限开挖深度。

4 安全系数的研究

4.1 算例概况

一均匀地基, 开挖的最终深度为 4.5 m, 开挖宽度为 6 m, 最终开挖面以下 4.5 m 为坚硬土层, 地下水在坚硬土层以下, 分 5 级进行开挖的数值模拟。取对称结构进行计算, 基底设置刚性支承, 对称中心设置滑动

支座, 只允许竖向沉降。取单位宽度模拟平面应变问题。材料参数如下: 容重 $\gamma = 20.0 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-3}$; 粘聚力 $c = 20.0 \text{ kPa}$; 内摩擦角 $\varphi = 10^\circ$; 弹性模量 $E = 10 \text{ MPa}$; 泊松比 $\nu = 0.30$; 剪胀角 $\psi = 10^\circ$; 侧压力系数 $k_0 = 0.5$ 。

4.2 安全系数的定义

正如 2.2 节所讨论的, 破坏标准的确定是用强度折减有限元方法分析边坡稳定性的关键。

图 1(a)~(d) 为各种强度折减系数下开挖边坡的广义剪应变分布图。研究发现: 随着折减系数的增大, 广义剪应变由坡角底部向坡顶上方扩展, 当折减系数达到一定值时, 整个边坡内某一幅值的广义剪应变从坡角到坡顶贯通, 则认为在这之前的折减系数为边坡的安全系数。从图中能清楚地看出, 当折减系数为 1.19 时, 边坡内某一幅值的广义剪应变贯通, 因此认为当折减系数为 1.18 时, 边坡处于临界破坏状态, 由此确定边坡的安全系数为 1.18。各种强度折减系数下弹-完全塑性有限元迭代收敛的最终次数如下: 1.13, 240; 1.16, 490; 1.18, 595; 1.19, 651。随着折减系数的增大, 迭代收敛所需的最终次数也随之增加。

4.3 土体参数对安全系数的影响

在极限平衡分析中, 影响边坡安全系数的土体参数为土体的容重 γ , 内摩擦角 φ 和粘聚力 c 。现在采用强度折减有限元方法分析开挖边坡的稳定性, 还需要 4 个参数: 弹性模量 E 、泊松比 ν 、剪胀角 ψ 和侧压力系数 k_0 。它们对边坡安全系数的影响多大还是个未知数, 需要进行参数灵敏度研究。如果不加特殊说明, 土体的参数选取如同 4.1 节, 开挖深度均为 4.5 m。

(1) 弹性系数 E 和 ν 的影响

土体应力状态、大小和排水条件影响土体的变形模量。根据工程中常用的取值, 对弹性模量为 10, 15, 20 MPa 和泊松比为 0.25, 0.30, 0.35 分别进行了变动参数研究, 得到的边坡安全系数依次为 1.18, 1.20, 1.22, 1.16, 1.18, 1.19。由于弹性系数对变形有很大的影响, 所以其对边坡的安全系数还是有一定的影响。

(2) 剪胀角 ψ 的影响

对剪胀角 ψ 分别为 0° , 5° 和 10° 进行了变动参数研究, 分析得到的安全系数依次为 1.15, 1.16 和 1.18。即开挖边坡的安全系数随着剪胀角的增大而增大, 这个结论与文献[9]的研究成果相符合。用极限平衡方法分析边坡的稳定性时, 忽略剪胀角的影响, 这样对于剪胀角小于内摩擦角的土体, 会高估了边坡的安全系数。

(3) 侧压力系数 k_0 的影响

对侧压力系数分别为 0.35, 0.50 和 0.80 进行了变动参数研究, 分析得到的安全系数依次为 1.19, 1.18 和 1.17。即开挖边坡的安全系数随着侧压力系数 k_0 的增大而减小。原因可能是增大侧压力系数会引起侧向开挖荷载的增加, 导致边坡安全系数降低。

通过以上的研究发现: 弹性模量 E 、泊松比 ν 、剪胀角 ψ 和侧压力系数 k_0 对边坡安全系数的影响不大。主要是由于土体属于剪切破坏类型的材料, 采用 Mohr-Coulomb 破坏准则, 和极限平衡分析方法一样, 影响边坡安全系数的土体参数主要是强度指标粘聚力 c 和内摩擦角 φ 。

5 开挖边坡的稳定性分析

5.1 随着开挖的进行安全系数的变化

利用编制的强度折减法有限元程序可以求出指定开挖深度对应的安全系数, 从而对边坡做出安全评价。图 2 给出了开挖深度分别为 2.7, 3.6, 4.5 m 边坡的安全系数, 相应的安全系数分别为 2.11, 1.49, 1.18。从中可以看出, 随着开挖的进行边坡的安全系数越来越低, 土体维持自身稳定的能力降低。

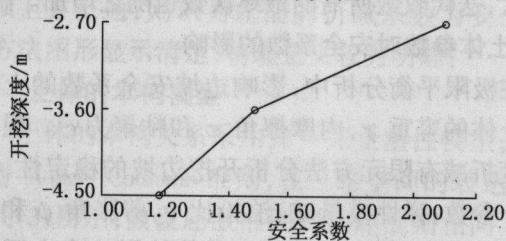


图 2 随着开挖的进行安全系数的变化

Fig. 2 Safety factor versus excavation depth

5.2 与假想的直立天然边坡的比较

文献[5]指出在开挖边坡中应用强度折减技术, 不能利用折减系数直接得到安全系数, 而是需要通过得到的潜在滑裂面上的局部安全系数来确定整体安全系数 F_s , 其主要依据是其所绘制的剪应变分布图, 没有形成明显的剪切破坏带。正如前言中所述的, 在有限元分析中具体应用强度折减技术时, 研究者们所用的方法还是有一些差别的, 例如在本构关系的选取, 破坏

标准的定义以及有限元技术等方面。从本文绘制的开挖边坡临界破坏广义剪应变的分布图上, 能清楚地看出某一幅值的广义剪应变在土体中贯通, 形成了剪切破坏带。

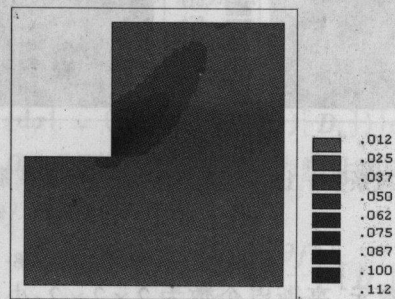


图 3 天然边坡临界破坏广义剪应变分布图

Fig. 3 Shear strain corresponding to limit collapse of natural slope

为了进一步说明问题, 本文用强度折减有限元方法分析一个假想的直立天然边坡, 天然边坡的几何尺寸、土体参数和算例 4.1 开挖边坡(开挖深度为 4.5 m)完全相同。图 3 给出了此天然边坡在临界破坏时的广义剪应变分布, 和开挖边坡相比较, 参见图 1(c), 发现二者的潜在破坏区域有着很大的相似性, 而在文献[5]中, 填筑边坡和开挖边坡的潜在破坏区域有很大的差别。本文用强度折减有限元方法分析开挖边坡的安全系数为 1.18; 用强度折减有限元方法分析天然边坡的安全系数为 1.20; 两者之间的差别是由于开挖边坡除了受重力荷载作用以外还受到开挖产生的荷载作用, 这样增加了土体的不稳定性, 安全系数比天然边坡略小些。经过分析研究, 认为强度折减有限元方法可以用于开挖边坡的稳定性分析。从精确角度看, 对开挖边坡, 如果不考虑土体卸荷影响, 当成天然边坡进行分析, 会高估边坡的安全系数。当然从工程角度看, 二者得到的安全系数差别不是很大。

6 结论与展望

本文用强度折减有限元方法研究了开挖边坡的稳定性, 得到如下一些有意义的结论:

(1) 边坡破坏的特征是某一幅值的广义剪应变从坡角到坡顶上下贯通, 则认为此前的折减系数为边坡的安全系数。图形显示清楚, 物理意义明确, 避免了破坏标准定义的含糊性和人为性。

(2) 对影响开挖边坡安全系数的土体参数进行了大量的变动参数研究。结论是在通常的土体参数取值范围内, 弹性模量 E 、泊松比 ν 、剪胀角 ψ 和侧压力系数 k_0 对边坡安全系数的影响不是很大。

(3) 通过与一个假想直立天然边坡的计算相比较, 发现用本文的强度折减有限元方法分析开挖边坡能得

到和对天然边坡分析类似的剪切破坏带。本文的研究表明用强度折减有限元方法得到的安全系数可直接用于开挖边坡的稳定分析。

土工现场和模型试验均表明边坡临近破坏时潜在破坏区上的应变并不是一个不变的值,不同的边坡(包括断面、材料和外荷载的不同)潜在破坏区上的应变也是不同的。所以说,贯通时某一幅值的广义剪应变只能通过对所解决问题的经验判断和一定的试算工作进行确定,破坏应变的明确定义有待于进一步的深入研究。强度折减有限元法不必假设土条间的作用力和破坏面的位置和形状,因此该方法能处理复杂几何轮廓和边界条件,有广泛的适用性和良好的应用前景。

参考文献:

- [1] Duncan J M. State of the art: Limit equilibrium and finite-element analysis of slopes [J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, 1996, **122**(7): 577 ~ 596.
- [2] Zienkiewicz O C, Humpheson C, Lewis R W. Associated and non-associated visco-plasticity and plasticity in soil mechanics [J]. *Geotechnique*, 1975, **25**(4): 671 ~ 689.
- [3] Wong F S. Uncertainties in FE modeling of slope stability [J]. *Computer & Structures*, 1984, **19**: 777 ~ 791.
- [4] Ugai K. A method of calculation of total factor of safety of slopes by elasto-plastic FEM [J]. *Soils and Foundations*, 1989, **29**(2): 190 ~ 195.
- [5] Matsui T, San K C. Finite element slope stability analysis by shear strength reduction technique [J]. *Soils and Foundations*, 1992, **32**(1): 59 ~ 70.
- [6] Ugai K, Leshchinsky D. Three-dimensional limit equilibrium and finite element analysis: a comparison of results [J]. *Soils and Foundations*, 1995, **35**(4): 1 ~ 7.
- [7] Griffiths D V, Lane P A. Slope stability analysis by finite elements [J]. *Geotechnique*, 1999, **49**(3): 387 ~ 403.
- [8] Dawson E M, Roth W H, Drescher A. Slope stability analysis by strength reduction [J]. *Geotechnique*, 1999, **49**(6): 835 ~ 840.
- [9] Manzari M T, Nour M A. Significance of soil dilatancy in slope stability analysis [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 2000, **126**(1): 75 ~ 80.
- [10] 宋二祥. 土工结构安全系数的有限元计算[J]. *岩土工程学报*, 1997, **19**(2): 1 ~ 7.
- [11] Tamura C, Han G C, Kato K. A study on vibration failure mechanism of sand models of fill type dam [J]. 第6回日本地震工学シンポジウム, 1982: 921 ~ 928. (in Japanese)
- [12] 朱伯芳. 有限元法原理与应用[M]. 北京: 中国水利出版社, 1998. 333 ~ 337.