

文章编号:1000-1301(2009)01-0130-05

# 宽频带模态识别算法中极点的自动选取

孙鑫晖,张令弥

(南京航空航天大学 振动工程研究所,江苏 南京 210016)

**摘要:**在试验模态分析中,确定系统阶次以及极点的正确选择是一个非常重要的问题。到目前为止,这项工作一般是由人工来完成。但是在复杂或者大阻尼结构中,这个过程尤其繁琐并且耗时。本文中采用模糊聚类方法对极点进行分类,实现了极点的自动选取,减少了人工选取的工作量。

**关键词:**试验模态分析;稳定图;模糊聚类

中图分类号:TU311

文献标志码:A

## Automatic pole selection for broadband modal identification

SUN Xinhui, ZHANG Lingmi

(Institute of Vibration Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** In the structural dynamics domain, one of the key issues of experimental modal analysis is the selection of the correct modal order and related to this, the selection of valid system poles, corresponding to structural or true modes. Up to now, it has been done manually. It is a tedious work and time consuming iterations, in particular in the case of complex structures or structures with high damping. In this paper, fuzzy clustering is introduced as a tool for automatic selection of structural poles from stabilization charts for broadband modal identification.

**Key words:** modal analysis; stabilization charts; fuzzy clustering

## 引言

近年来,在模态分析领域中提出了一种新的宽频带模态参数识别方法: $p-LSCF^{[1,2,3]}$  (polyreference least squares complex frequency),该方法具有很多优点:如可以在全频带内进行参数识别,能够产生比较清晰的稳定图等。该方法为了识别分析频段内所有模态以及提高模态识别的精度,需要提高计算阶次。但是这样带来问题是:越高的阶次就会产生越多的极点。这些极点中既包含代表结构特性的真实极点,也包含噪声极点。要区分这些极点,一般借助于稳定图通过人工的方法进行选择。但是对于复杂结构,依靠人工来选取工作量很大,所以采取一种极点的自动选取方法是很有必要的。本文首先采用模糊聚类方法对所有的极点进行分类,然后从中挑选出真实极点,舍去噪声极点,从而实现了极点的自动选取。

## 1 模态参数估计方法

本文中采用  $p-LSCF$  方法来进行模态参数估计。该方法使用频响函数作为主要数据,在全频带内对频

收稿日期:2008-06-18; 修订日期:2008-09-17

基金项目:航空科学基金项目(04152065)

作者简介:孙鑫晖(1979-),男,博士研究生,主要从事动态测试与参数识别的研究. E-mail:huaji97SunXinhui@163.com

响函数进行拟合。频响函数可以通过右矩阵分式模型来表示:

$$H(\omega) = \sum_{r=1}^p z^r \beta_r \left( \sum_{r=0}^p z^r \alpha_r \right)^{-1} \quad (1)$$

其中  $H(\omega)$  是具有  $m$  个输入,  $l$  个输出的频响函数,  $\beta_r$  是分子矩阵多项式系数,  $\alpha_r$  是分母矩阵多项式系数,  $p$  为模型的阶次。

通过  $Z$  变换  $z = e^{-j\omega\Delta t}$  对式(1)进行整理, 然后通过最小二乘法求解系数矩阵  $\alpha_r, \beta_r$ 。一旦系数矩阵  $\alpha_r, \beta_r$  确定之后, 极点与 MPF(模态参与因子)可以通过求解如下矩阵的特征值与特征向量来得到:

$$\begin{bmatrix} 0 & I & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & & 0 & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & & 0 & I \\ -[\alpha_0^T] & -[\alpha_1^T] & \cdots & -[\alpha_{p-2}^T] & -[\alpha_{p-1}^T] \end{bmatrix} V = V \Lambda \quad (2)$$

模态参与因子对应于  $V$  的最后  $m$  行, 极点  $e^{-\lambda\Delta t}$  位于  $\Lambda$  的对角线上。

固有频率和阻尼比可以通过  $\lambda_i, \lambda_i^* = -\xi_i \omega_i \pm j \sqrt{1 - \xi_i^2} \omega_i$  得到。

## 2 模糊聚类方法

本文中采用模糊聚类方法<sup>[4]</sup>对所有的极点进行分类。

### 2.1 聚类因子的选择

在稳定图中每个极点包含3个信息: 频率  $f$ 、阻尼比  $\xi$ 、模态参与因子(MPF), 所以选取这三个参数作为聚类因子。

### 2.2 模糊相似矩阵的建立

工程经验判断极点是否稳定有以下3个标准<sup>[3]</sup>

- 频率误差 < 1%
- 阻尼误差 < 5%
- 模态参与因子误差 < 2%

根据以上原则, 本文中采用如下方法计算极点间的模糊相似系数:

$$r_{ij} = \frac{1}{3} \left( e^{-\alpha \Delta f_{ij}} + e^{-\beta \Delta \xi_{ij}} + \frac{|l_i^H l_j^H|^2}{(l_i^H l_i^H)(l_j^H l_j^H)} \right) \quad (3)$$

其中:  $\Delta f_{ij}$  为频率之间相对误差,  $\Delta \xi_{ij}$  为阻尼之间相对误差,  $l_i$  为模态参与因子;  $e^{-\alpha \Delta f_{ij}}$ 、 $e^{-\beta \Delta \xi_{ij}}$ 、 $\frac{|l_i^H l_j^H|^2}{(l_i^H l_i^H)(l_j^H l_j^H)}$  分别表示频率、阻尼、模态参与因子之间相似程度。参数  $\alpha$  的选择原则是当  $\Delta f_{ij} = 1\%$  使得  $e^{-\alpha \Delta f_{ij}} = 0.9$ ,  $\beta$  的选择原则是当  $\Delta \xi = 5\%$  使得  $e^{-\beta \Delta \xi_{ij}} = 0.9$ 。

### 2.3 极点的聚类

在模糊聚类分析中, 对于各个不同的阈值  $\lambda \in [0, 1]$ , 可得到不同的分类, 从而形成一种动态聚类图。根据极点稳定的判断标准, 满足该标准的极点间模糊相似系数将大于 0.9, 所以这里选择阈值  $\lambda = 0.9$ 。聚类方法采用直接聚类法<sup>[4]</sup>。

### 2.4 真实极点的选取

噪声极点在每一阶次计算中是分散地, 不容易汇聚到一起, 而真实极点容易汇聚在一起形成一个大的聚类。在聚类完成后, 统计每个聚类中包含极点的个数, 如果该聚类中包含极点个数大于设定的阈值, 则认为该类是由真实极点所形成, 反之则是由噪声极点所形成。

## 3 应用实例

本文采用一圆盘型结构测试 FRF 进行验证, 该 FRF 共包含 36 个输出, 3 个输入。分析范围为 0 ~ 400 Hz, 频率分辨率为 0.5 Hz。在分析范围内包含 19 阶模态, 其中在 182 Hz、275 Hz 附近包含密频模态。

图1为采用p-LSCF方法识别到的所有极点,图2以频率和阻尼为坐标轴显示所有极点。图3、图4为两组密频模态。

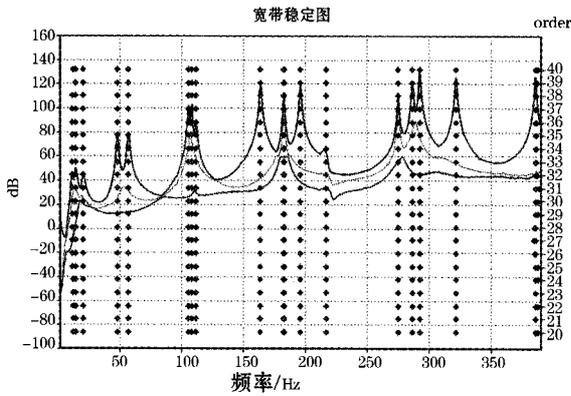


图1 稳定图

Fig. 1 Stabilization diagram (order vs. frequency)

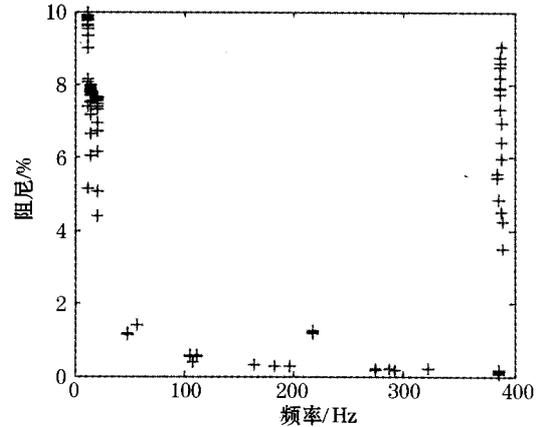


图2 稳定图

Fig. 2 Stabilization diagram (damping vs. frequency)

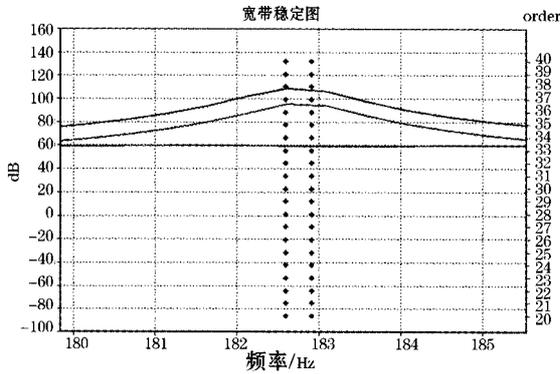


图3 密频模态(182Hz附近)

Fig. 3 Closely spaced modes (at 182Hz)

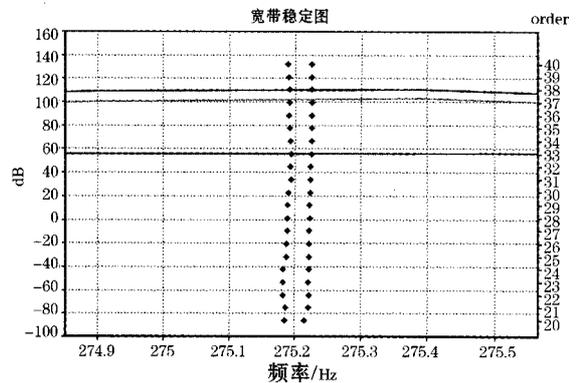


图4 密频模态(275Hz附近)

Fig. 4 Closely spaced modes (at 275Hz)

自动选择结果:

图5、图6为自动选择的结果,图7、图8为两组密频模态的选取结果。自动选取方法一次将分析频段内的19个模态全部选出。

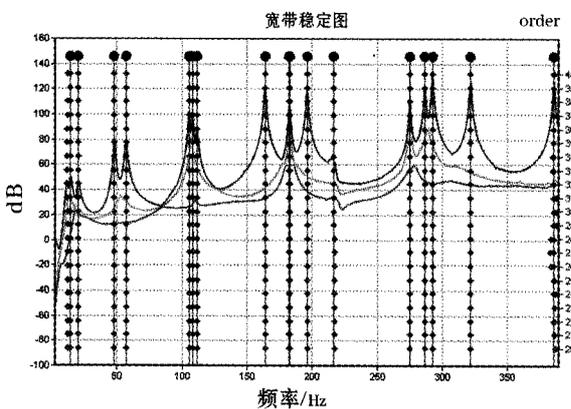


图5 自动选取结果(阶次 vs. 频率)

Fig. 5 Automatic selection result (order vs. frequency)

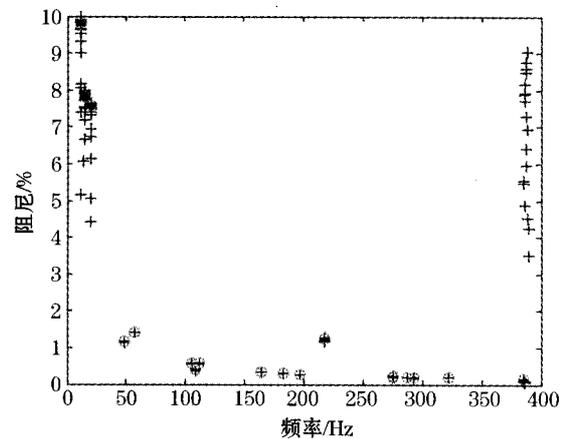


图6 自动选取结果(阻尼 vs. 频率)

Fig. 6 Automated selection result (damping vs. frequency)

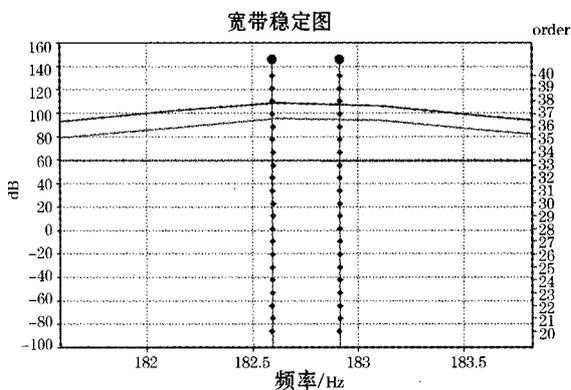


图 7 密频模式的选取(182Hz 附近)

Fig. 7 Selection result of closely spaced modes(at 182Hz)

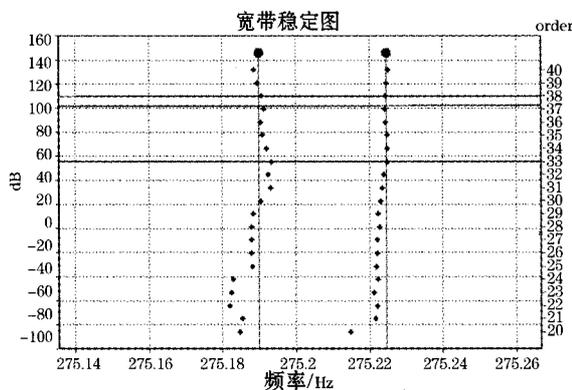


图 8 密频模式的选取(275Hz 附近)

Fig. 8 Selection result of closely spaced modes(at 275Hz)

在使用  $p-LSCF$  进行模态参数识别时,如果识别阶次设置过低,不能将所有的模态识别出来。如果设置过高,则会带来大量计算极点,给真实极点的判断带来很大困难。下面将模拟阶次设置过高的情况,验证极点自动选取方法的可靠性。

设置分析频率范围为 250 Hz 到 350 Hz,该范围内一共包含 5 个模态,其中有两个为密频。计算阶次为 16~31 阶。

从图 9 可以看出,由于计算阶次设置得过高,产生了大量的噪声极点,采用手工选取难度很大。图 10 与图 11 为自动选取结果,可以看出 5 个模态全部找到。由此可见,即使在稳态图不清楚的情况下,极点自动选取方法仍能很好地工作。

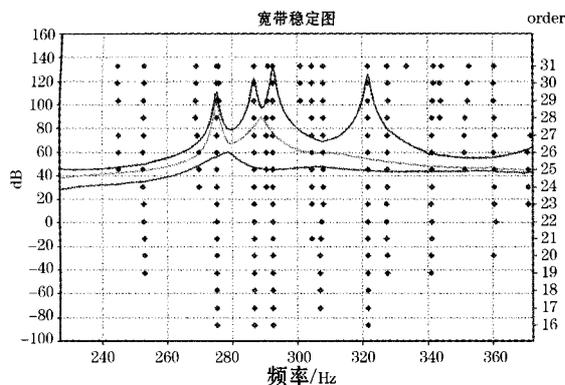


图 9 稳定图(250Hz~350Hz)

Fig. 9 Stabilization diagram

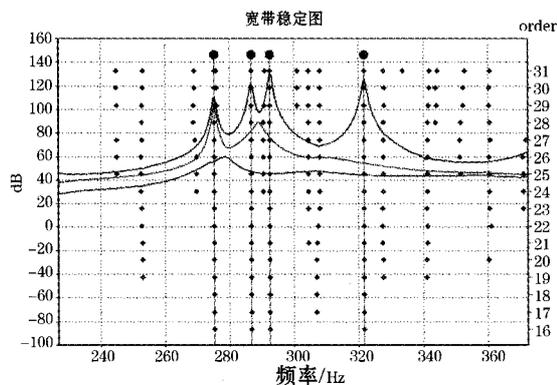


图 10 自动选择结果

Fig. 10 Automatic pole selection result

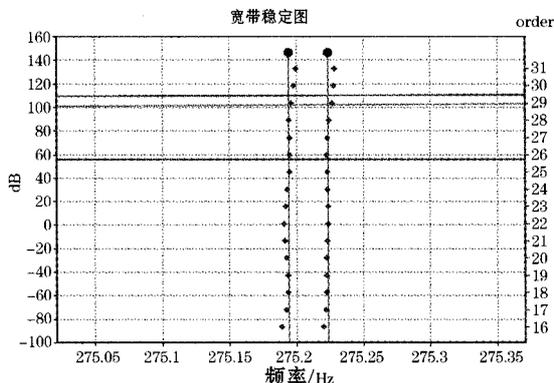


图 11 密频模式的选取

Fig. 11 Selection result of closely spaced modes

## 4 结论

本文使用  $p$ -LSCF 模态参数识别方法来计算极点,在此基础上利用模糊聚类方法实现真实极点与噪声极点区分,从而实现了极点的自动选取,减少了人工判断的工作量。通过一个真实的例子对该方法验证,结果表明在密频模态情况以及稳态图不清晰的情况下,该方法都能准确地将真实极点选择出来。通过结合  $p$ -LSCF 模态参数识别方法与极点自动选择,使得自动模态分析技术可以应用。

### 参考文献:

- [1] Guillaume P, Verboven P, Vanlanduit S, et al. A poly-reference Implementation of the least-squares complex frequency domain estimator[C]// Proc of the 21th International Modal Analysis Conference, Kissimmee, USA, 2003.
- [2] Bart Peeters, Herman Van der Auweraer, Patrick Guillaume, et al. The PolyMAX frequency - domain method: a new standard for modal parameter estimation[J]. Shock and Vibration, 2004, 11: 395 -409.
- [3] Herman Van der Auweraer, Bart Peeters. Discriminating physical poles from mathematical poles in high order dystems; use and sutomation of the stabilization diagram[C]// Instrumentation and Measurement Technology Conference, Italy, 2004:2193 -2198.
- [4] 高新波. 模糊聚类分析及应用[M]. 西安:西安电子科技大学出版社,2004.