

文章编号:1004-1338(2007)02-0124-04

## 微球聚焦有限元数值计算中的预处理技术研究

王晓鹏, 仵 杰, 刘春雅, 张甜甜

(西安石油大学, 陕西 西安 710065)

**摘要:** 针对微球聚焦测井仪器的测井预处理响应, 在分析有限元数值计算方法的基础上, 研究了自动网格剖分和自动节点编号预处理技术。在  $1/2$  空间三角形网格剖分中, 采用极板对称轴对称分割的方法, 提高了计算电位的对称性和计算精度。在网格自动编号中, 提出了根据电极结构对求解区域分块的思想, 保证电极的编号连续, 满足有限元数值计算中等位面处理的要求。通过计算仪器常数、无侵和有侵地层模型验证了所设计预处理程序的有效性。

**关键词:** 微球形聚焦测井; 三维有限元数值计算; 自动网格剖分; 自动节点编号

**中图分类号:** P631.34; O242.21

**文献标识码:** A

### Preprocess Technique of Finite-element Computation for Micro-spherical Focused Log

WANG Xiao-peng, WU Jie, LIU Chun-ya, ZHANG Tian-tian

(Xi'an Shiyou University, Xi'an, Shaanxi 710065, China)

**Abstract:** The three-dimensional finite-element computation is an important method to compute responses of micro-spherical focused log (MSFL). Based on an in-depth analysis of the computation, the preprocess techniques, including automatic grid dividing and automatic node numbering, are studied in detail. In triangle grid division to the half space, a symmetrical division method about the main electrode pad is used. It enhances the computation accuracy and the symmetry of the node potential. In automatic grid node numbering, put forward is a new idea which divides solving field into blocks according to the electrode structure feature. It ensures the numbering of the electrode is continuous and meets the demands of equipotential surface process in the computation. The preprocess technique has been validated by computing the tool constant and the response of MSFL in invaded and un-invaded formation.

**Key words:** micro-spherical focused log; three-dimensional finite-element computation; automatic grid dividing; automatic node numbering

## 0 引 言

微球形聚焦测井仪器贴井壁, 泥饼影响小, 与双侧向测井组合, 可以有效测量侵入带(或冲洗带)电阻率。由于微球形聚焦测井仪器的非轴对称性, 理论计算微球形聚焦测井的仪器常数、泥饼校正曲线和各种地层的响应特性均要用三维有限元数值计算方法<sup>[1]</sup>。该方法需要较深的数学和物理知识, 网格剖分复杂, 公式推导和刚度阵形成繁琐, 要求解大型

线性代数方程, 编程实现需要较高的计算机技能, 一般工程人员难以完成。为了开发微球形聚焦测井响应计算平台, 形成计算工具, 以便推广应用, 必须设计自动网格剖分和节点编号等预处理程序, 用户只需输入基本的电极尺寸和地层层模型, 软件就可计算出测井响应。

## 1 微球聚焦测井有限元计算原理

微球形聚焦测井仪器的电极系结构见图 1 中的

**作者简介:** 王晓鹏 男, 1983 年生, 硕士研究生, 从事感应测井和测向测井的数值计算和信号处理方法研究。

方框部分,它由镶嵌在绝缘极板上的 1 个主电极(A<sub>0</sub>)、4 个同心矩形条状电极(M<sub>0</sub>、A<sub>1</sub>、M<sub>1</sub>、M<sub>2</sub>)和上下回路电极 B 所组成。测量时,极板通过推靠臂紧贴井壁,A<sub>0</sub> 发出的主电流 I<sub>0</sub> 流向回路电极 B,辅助电流 I<sub>1</sub> 流向 A<sub>1</sub>,调整 I<sub>0</sub> 和 I<sub>1</sub> 的大小,满足下述 2 个条件。

(1) 监督电极 M<sub>1</sub> 和 M<sub>2</sub> 上的电位相等

$$u(M_1) = u(M_2) \quad (1)$$

(2) 测量电极 M<sub>0</sub> 与监督电极 M<sub>1</sub>、M<sub>2</sub> 之间的电位差取给定值 V

$$u(M_0) - u(O) = V \quad (2)$$

其中

$$u(O) = \frac{u(M_1) + u(M_2)}{2} \quad (3)$$

这时,确定主电流 I<sub>0</sub>,就可求出视电阻率值 R<sub>MSFL</sub>。

$$R_{MSFL} = K_0 \frac{V}{I_0} \quad (4)$$

式(1)~(4)构成了微球形聚焦测井的物理模型。式(4)中的仪器常数 K<sub>0</sub> 是由数值计算得到的。在数值计算中,为了决定 I<sub>0</sub>,必须计算整个电场的电位分布函数 u=u(r,φ,z),这是三维空间的数学问题,要用三维有限元法计算电位分布函数。

在柱坐标系(r,φ,z)中,从主电极 A<sub>0</sub> 发出流向电极 A<sub>1</sub> 的电流 I<sub>1</sub> 建立的电位场 u 的泛函表示为<sup>[1]</sup>

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}(u) = & \frac{1}{2} \iiint_{\Omega} \frac{1}{\rho} \cdot \\ & \left[ r \left( \frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right)^2 + r \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right] dr d\varphi dz - \\ & I_1 \cdot u |_{A_0} + I_1 \cdot u |_{A_1} \end{aligned} \quad (5)$$

式(5)中,Ω 为求解区域(见图 1)。电位在求解区域 Ω 要求连续且适当光滑,同时满足不同介质交界面条件、无穷远边界条件、对称条件、绝缘条件、电极等位面条件和电流条件等。手工求解电位泛函是非常困难的,最有效的方法是有限元方法。该方法基础是泛函求极值。将求解区域 Ω 进行有限个网格剖分,用形状函数和节点电位表示网格单元内电位,电位代入式(5),对电位泛函求极值,得到关于节点电位的大型线性代数方程,求解方程就得到各节点电位。为了得到满足式(1)和式(2)的电压和电流,要分别计算主电流 I<sub>0</sub> 和辅助电流 I<sub>1</sub> 产生的 2 个电位分场,通过式(1)和式(2)求解各分场的迭加系数,从而建立与仪器聚焦状态一致的电位场,此时可计算电极 A<sub>0</sub> 的主电流 I<sub>0</sub> 和电位差 V,代入式(4)就得到

微球形聚焦测井的响应 R<sub>MSFL</sub>。理论上,取电位差 V=1,则均匀地层的电流 I<sub>0</sub> 就是仪器常数。工程上,仪器常数是在一定泥饼厚度和泥浆与地层电阻率对比度条件下计算出来的。

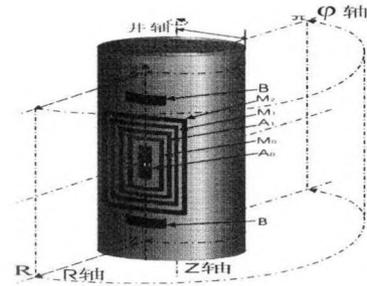


图 1 求解区域示意图

为了将计算程序推广应用于一般工程人员,必须将程序智能化,用户仅需输入微球形聚焦测井仪器极板尺寸和地层模型,程序就能计算出测井结果。在原有限元程序基础上,设计完成了网格自动剖分和节点自动编号等预处理技术。

### 1.1 自动网格剖分设计

为了便于对不规则电极表面剖分和提高计算精度,选择曲面三棱柱为有限元网格剖分基本单元,将极板所在的圆柱表面展开为矩形表面(见图 2)。根据对称性,只需求解沿电极中心子午线分开的 1/2 空间(φ=0~π)。对图 2 矩形区域进行三角形单元剖分,实际使用时再复原为圆柱面上的曲面三角单元。沿径向 R 均为同样的三角单元,相连的径向柱面形成了曲面三棱柱。在三角形单元剖分前,首先对矩形区域进行矩形剖分,为了使电极上下电流具有对称性,以电极中心线为对称轴,两侧按图 4 所示三角形对称剖分。因此,微球形聚焦测井响应有限元法数值计算的网格自动剖分步骤如下。

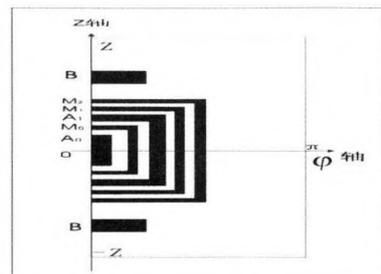


图 2 (φ,z)展开面

(1) 确定网格剖分区域。考虑电流球形聚焦特性,径向与纵向的一半具有同样大小的区域,大于主电极距回路电极距离的 4 倍。根据对称性,沿 φ 方

向取  $0 \sim \pi$ , 这样求解区域是  $1/2$  空间。根据给定井径, 将井壁所在的圆柱面展开, 以电极中心为对称轴, 取图 2 所示的半平面进行矩形网格剖分。

(2) 对网格剖分区域进行分块。根据电极结构特点, 沿纵向每个电极为 1 块, 相连电极之间为 1 块, 回路电极与求解外边界构成 1 块, 总共形成 23 块。类似地, 沿  $\varphi$  方向分为 10 个块(见图 2)。各块边界坐标根据仪器输入尺寸自动确定。

(3) 对子块进行分割。根据分块大小, 确定每块中的分割网线数。电极所在的块至少要有 1 条网线; 中心电极的网线数必须为奇数, 以满足对称性; 电极中心两侧的网线数必须对称; 包含电极的区域可用等间距剖分, 最外区域要用等比级数或对数等间距剖分; 总网线数要考虑计算机的内存大小和求解速度。

(4) 径向网格剖分。考虑常规泥饼厚度, 在泥饼区域和附近用均匀剖分, 要密一些, 之外用等比级数或对数等间距剖分。径向与纵向网格剖分尽量接近, 正方形最好, 这是有限元方法的特性决定的。

(5) 三角形网格剖分。直观简单的想法, 连接矩形的对角线就是三角形, 实现三角形网格剖分。事实上, 通过大量计算发现, 三角形网格的剖分方式影响计算结果的对称性。根据电流的流向, 提出了上下对称三角形剖分方式(见图 3)。在对称地层中, 其计算结果也是对称的。

以上实现了展开面和径向的网格剖分, 对于整个三维空间区域, 每个径向柱面的网格是电极所在柱面的网格在各个径向分柱面上的映射。

根据以上步骤就可以编成实现求解区域的网格自动剖分。

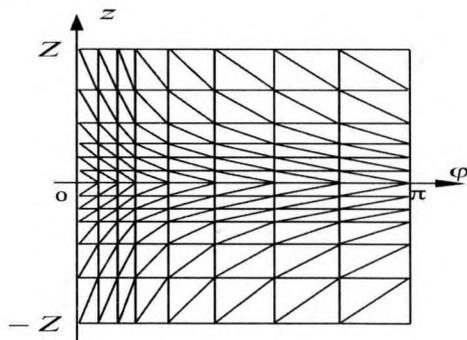


图 3  $(\varphi, z)$  展开面三角形网格剖分示意图

### 1.2 自动节点编号

图 3 三角形网格的自动编号有成熟的软件。但是, 微球形聚焦测井有限元数值计算比较特殊, 电位

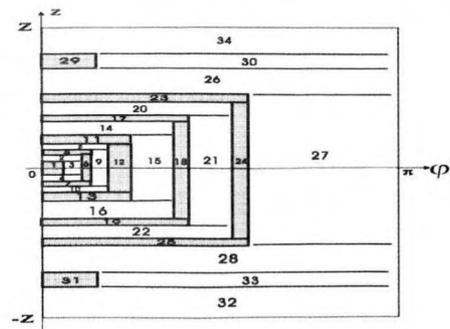


图 4  $(\varphi, z)$  平面块分割示意图

在极板上要满足复杂的边界条件。2 个电源电极和回路电极要满足电流条件和等电位条件, 3 个监督电极要满足等电位条件。电极表面流出的电流, 与电位没有直接的关系, 而是复杂的积分关系。为了有效处理电流条件和等电位条件, 提高计算精度, 李大潜等人<sup>[1]</sup>提出了等位面处理方法。该方法将电极上的所有节点电位累加集中在最末 1 个节点, 要求电极表面节点的编号连续。图 3 所示的网格编号中, 手工编号是非常繁琐的。先对电极和各区域逐点编号, 然后输入到计算机中, 稍不细心就可能编错或输错, 产生错误的计算结果。另一方面, 如果调整电极系尺寸后, 又必须重新编号, 专业人员都觉得很麻烦, 更不要说让普通人员完成。经过对微球形聚焦电极系结构特点分析, 提出了以下自动编号方法。

(1) 区域分割。根据电极系结构, 发射电极  $A_0$  作为第 1 块, 将矩形电极分为上、中、下 3 块, 相连的空白区也分为上、中、下 3 块, 按顺时针排序, 连续编块号, 当编到第 28 块后, 回路电极将剩余的区域分为 6 块。该 6 块的顺序可以任意, 图 4 是最后分割结果, 共 34 块。

(2) 节点编号。从第 1 块到第 34 块逐块节点编号。在每 1 块中, 每条网线节点编号均从左向右, 自上而下。这样编号后, 可以保证电极上连续编号, 在每 1 块中相邻节点的编号差最小。

(3) 特殊情况处理。块分割时, 要注意相邻 2 块公共网线的归属。电极上的网线必须属于电极块, 以保证节点编号的电极上的节点编号连续。上中或中下相邻电极块的公共网线分别属于上块和下块。这样分块后, 可以保证将  $(\varphi, z)$  平面分割的区域是无重叠的, 不会对节点进行重复编号。

按照块的编号顺序逐个将块内所有节点无重复的编号完成后, 平面上的所有节点也就无重复的编号完成。

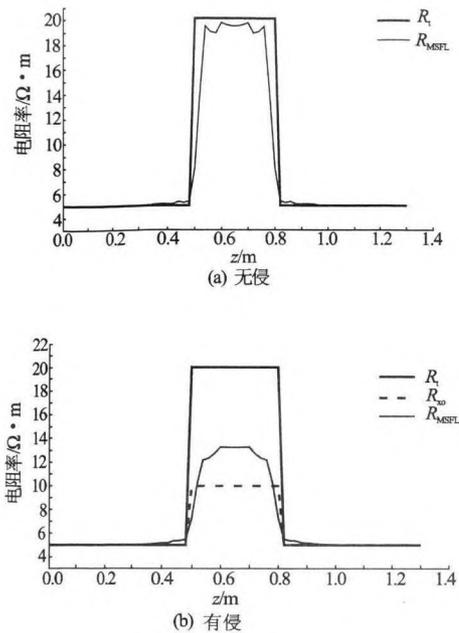


图5 0.3 m厚地层中微球形聚焦测井响应分析

## 2 测试结果

将自动网格剖分编号预处理程序与原有限元程序相结合就构成了完整的微球形聚焦测井响应有限元计算程序,为了检验程序的有效性,以大极板微球形聚焦测井仪器为例来说明。

### 2.1 网格剖分和节点编号

根据极板尺寸大小,在纵向的23个区块中,确定各区块内的分割网线数分别为4、0、3、0、1、0、2、0、2、0、3、0、0、2、0、2、0、1、0、3、0和4,共51条网线。同理在 $\varphi$ 方向总共为21条,径向总共为18条。则在电极板展开半平面上的网格节点为 $51 \times 21 = 1071$ 个节点。利用预处理程序就可实现网格剖分和节点编号。

### 2.2 计算地层模型

首先计算电极系仪器常数。在均质地层条件下,计算出主电流和辅助电流分别为 $I_0 = 0.030360$ ,  $I_1 = 0.152008$ ,  $I_1 = 5.00685I_0 \approx 5I_0$ 。与Schlumberger给出的规律<sup>[2]</sup>:  $I_1 = 5I_0$ ,非常吻合。

取井径为8 in(非法定计量单位,1 in=25.4 mm,下同),泥饼厚度1 in,冲洗带与泥饼电阻率比为10。计算出仪器常数与Schlumberger<sup>[2]</sup>的仪器常数0.041的相对误差为1.76%。同样说明我们

开发出的程序是正确的。

其次,计算有侵和无侵2种地层模型。设地层厚为0.3 m,井径为0.2 m,地层电阻率为 $20 \Omega \cdot \text{m}$ ,围岩电阻率为 $5 \Omega \cdot \text{m}$ ,侵入电阻率为 $10 \Omega \cdot \text{m}$ ,侵入半径为0.15 m。图5中(a)和(b)分别是无侵和有侵时的计算结果。从图6中可以看出:

(1) 无侵结果显示微球形聚焦测井仪器的分辨率非常高,明显分辨0.3 m地层,但读数略低于地层电阻率,约有5%的误差。

(2) 侵入对微球形聚焦测井影响很大,侵入深度为0.15 m时,目的层读数仅为 $14 \Omega \cdot \text{m}$ ,与目的层电阻率差为 $6 \Omega \cdot \text{m}$ ,与侵入电阻率差为 $4 \Omega \cdot \text{m}$ 。如果侵入深度大于0.23,则微球形聚焦测井几乎读到侵入电阻率。

(3) 侵入使微球形聚焦测井分层能力微小降低。

## 3 结论

(1) 通过对微球形聚焦测井仪器响应有限元数值计算分析,设计并实现了自动网格剖分和自动节点编号预处理程序。在1/2空间三角形网格剖分中,采用关于极板对称轴对称分割的方法,提高计算电位的对称性和计算精度。在网格自动编号中,提出了根据电极结构对求解区域分块的思想,保证电极的编号连续,从而满足有限元数值计算中等位面处理的要求。

(2) 将自动网格剖分和节点编号预处理程序与原有限元程序相结合,形成了完整的微球形聚焦测井仪器响应有限元数值计算程序。通过计算仪器常数、无侵和有侵地层模型验证了算法的有效性。

(3) 在自动网格剖分和节点编号基础上开发出的微球形聚焦测井仪器响应有限元数值计算软件,用户仅需输入电极系参数和地层模型就可计算测井响应,使该软件便于推广到一般工程人员使用。

### 参考文献:

- [1] 李大潜,等. 有限元素法在电法测井中的应用[M]. 北京:石油工业出版社,1980.
- [2] 冯启宁,李忠荣编译. 周坤瑞,冯启宁校. 测井培训丛书微球形聚焦测井[M]. 北京:石油工业出版社,1986.

(收稿日期:2006-09-22 本文编辑 李总南)