文章编号:1673-064X(2005)02-0065-04

# 时间延迟估计的循环相关法

Circular correlation method of time delay estimation

## 李大卫,严成,马洪艳

(西南石油学院 电子信息工程学院,四川 成都 610500)

摘要:依据离散时间序列的长度有限性,将其扩充为以序列长度为周期的周期序列,又依据周期序 列的相关原理——循环相关,对信号进行时间延迟估计.由于循环相关的平稳特性,即使在较大延 迟量存在的情况下,仍然能够达到准确的时延估计效果.模拟得到了不同强度的高斯噪声或不同时 间延迟量下的广义相关能量图和循环相关能量图.模拟实验结果表明,在低信噪比或大延迟量的环 境下,循环相关时延估计方法比广义相关时延估计方法具有明显的优势.

关键词:广义相关;循环相关;时间延迟估计;信嗓比

中图分类号:TM935.27 文献标识码:A

在时延估计的广义相关法中<sup>[1-10]</sup>,滤波后的传 感器输出是互相关的,并将互相关估计取峰值时的 滞后取作时延的估计.问题是,当加性噪声双方含有 相同的信号和各自到达的时间差时,广义相关法将 失效.正是在这种情况下,循环相关显示出它独特的 优势,应用期望信号的二阶循环平稳性,突出有效信 号的相关峰值,从而达到最佳的时延估计效果,本文 也正是在这种思想下诞生的.计算机模拟试验表明, 对于低信噪比或是大时延量信号,与广义相关相比, 循环相关时延估计方法具有明显的优势.

## 1 信号的广义相关与循环相关

设离散信号 x<sub>n</sub>, y<sub>n</sub> 分别为

$$x_n = \begin{cases} x_n, 0 \leq n \leq N-1, \\ 0, \# \ell \ell, \end{cases}$$
(1)

$$y_n = \begin{cases} y_n, 0 \leq n \leq L-1, \\ 0, \notin \mathbb{U}, \end{cases}$$
(2)

则信号 x<sub>n</sub> 和 y<sub>n</sub> 的广义互相关可以表示为

$$r_{xy}(n) = \sum_{k=0}^{L-1} x_{n+k} y_k.$$
 (3)

为了便于讨论,把  $x_n$ , $y_n$  都扩充为以N 为周期 的周期信号  $\tilde{x}_n$ , $\tilde{y}_n$ ,则其广义相关就可以用周期信 号的循环相关的形式表示<sup>[11]</sup>.

设  $\tilde{x}_n, \tilde{y}_n$  是  $x_n, y_n$  的以 N 为周期的周期信号, 即

$$\tilde{x}_n = x_n, \tilde{y}_n = y_n, \ (0 \le n \le N-1).$$
 (4)

 $\tilde{x}_n$  与 $\tilde{y}_n$  的循环相关为

$$\tilde{r}_{\tilde{x}\tilde{y}}(n) = \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{x}_{n+k} \tilde{y}_k = \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{x}_{n+k} y_k.$$
 (5)

假定 L ≤ N,由式(2),式(5) 知

$$\tilde{r}_{\tilde{x}\tilde{y}}(n) = \sum_{k=0}^{L-1} \tilde{x}_{n+k} y_k.$$
 (6)

在式(6)中,当0 $\leqslant$   $n \leqslant$  N - L 时有 0 $\leqslant$   $n + k \leqslant$ N - 1,根据式(4),式(6)有

基金项目:国家高技术研究发展计划(863 计划)(2003AA602110-5)和四川省应用基础研究项目(01GY051-31)资助. 作者简介:李大卫(1978-),男,吉林松原人,博士,主要从事地震资料数字处理及油气解释方面的研究.

收稿日期: 2004-11-08

$$\tilde{r}_{\tilde{x}\tilde{y}}(n) = \sum_{k=0}^{L-1} x_{n+k} y_k, (0 \leq n \leq N-L),$$
(7)

将上面的结果与式(3)比较,便得

$$r_{xy}(n) = \tilde{r}_{\tilde{x}\tilde{y}}(n), (0 \leq n \leq N - L); \quad (8)$$

此外,根据式(1),(6)和(7),有

$$\tilde{r}_{\tilde{x}\tilde{y}}(n) = r_{xy}(n) + \Delta, (n > N - L). \quad (9)$$

其中  $\Delta$  为两种方法的相关差值,其大小除与信号本 身的数值有关外,还与 n - (N - L) 的大小有关.在 不考虑信号本身的数大小的情况下,n - (N - L)越大, $\Delta$  在数值上越大.另外,根据周期信号的性质 不难证明,当 $\tilde{r}_{xy}$ 和 $r_{xy}$ 取得最大值时, $\Delta$ 也取得最大 值,即

$$\tilde{r}_{\max} = r_{\max} + \Delta_{\max}.$$
 (10)

其中, $\tilde{r}_{max}$ , $r_{max}$ 和 $\Delta_{max}$ 分别为 $\tilde{r}_{zy}$ , $r_{xy}$ 和 $\Delta$ 的最大值.

## 2 广义相关与循环相关的时延估计

首先假设两个空间分离的传感器上接收到的离 散信号为

$$x(n) = s(n) + n_1(n)$$
, (11)

$$y(n) = s(n - D) + n_2(n) .$$
 (12)

式中,s(n)是一零均值随机信号,s(n - D)是s(n)的时延形式,噪声 $n_1(n)$ , $n_2(n)$ 是与信号s(n)统计独立、空间不相关的零均值高斯平稳随机过程.时延估计问题就是从x(n)和y(n)中确定时延差D.这里分别采用了广义相关与循环相关的最大能量来进行时延估计,即相关最大能量值出现的位置即为时间延迟 D.

为了通过最大能量法估计时间延迟,首先要计 算最大能量,广义相关的最大能量 E<sub>e</sub> 可以表示为

$$E_{g} = (r_{xy})^{2} = (r_{xxy})^{2} + (r_{nxy})^{2}.$$
(13)

其中, r<sub>szy</sub> 表示信号的广义互相关, r<sub>nzy</sub> 表示噪声的 广义互相关.

循环相关的最大能量 E<sub>x</sub> 可以表示为

$$E_x = (\tilde{r}_{\bar{x}\bar{y}})^2$$
  
=  $(\tilde{r}_{s\bar{x}\bar{y}})^2 + (\tilde{r}_{n\bar{x}\bar{y}})^2$   
=  $(r_{sxy} + \Delta_s)^2 + (r_{nxy} + \Delta_n)^2$ . (14)

其中, $\tilde{r}_{s\bar{s}\bar{s}}$ 表示信号的循环互相关, $\tilde{r}_{n\bar{s}\bar{s}}$ 表示噪声的循环互相关, $\Delta_s$ 为信号的相关差值, $\Delta_n$ 为噪声的相关差值.

由于有效信号与噪声信号到达时间不同,所以 一般来说有效信号与噪声信号都有各自的能量峰 值<sup>[12]</sup>.为了让估计出的有效信号的时间延迟不被噪 声延迟所混淆,就必须使有效信号的相关能量大于 噪声信号的相关能量.从式(10)知

$$\tilde{r}_{\max} - r_{\max} = \Delta_{\max}, \qquad (15)$$

由于  $\tilde{r}_{max}, r_{max}$  和  $\Delta_{max}$  都为正值,所以式(15) 又可 以写成

$$\left|\tilde{r}_{\max}\right| - \left|r_{\max}\right| = \left|\Delta_{\max}\right|. \tag{16}$$

式(16) 对于有效信号和噪声信号都是成立的,但区 别在于  $\Delta_{max}$  的不同,对于有效信号来说,此时信号 是相关的,所以  $\Delta_{max}$  为一相对较大的正值,而对于 噪声来说,此时相关的概率很小,所以根据高斯分布 的相关特性,有  $E(\Delta_{max}) = 0$ .所以相对于广义相 关,循环相关使有效信号相关能量峰增大,而没有增 加噪声信号相关能量,这也正是时延估计中循环相 关优于广义相关的主旨所在.

#### 3 模拟试验

模拟信号是采样间隔为1 ms的有限时间序列, 总长度为 300 ms,所加噪声则为满足标准高斯分布 的白噪声.实验中,噪声是按照与有效信号的振幅比 例加入的,对原信号与延迟信号施加相同比例的不 同噪声后,分别计算其广义互相关与循环互相关,为 了便于比较,只取广义相关数据中与循环相关长度 对应的那部分.

在相关能量图中,最大瞬时相关能量所对应的 时间延迟即被看作有效信号的延迟时间,有效信号 的瞬时相关能量峰值越突出则说明估计效果越好, 相反则越差.因此,如果噪声的瞬时相关能量峰值超 过有效信号的瞬时相关能量值,此时噪声的到达时 间将会被误认为是有效信号的到达时间,使估计发 生错误. 实验中,为了比较在不同强度的噪声干扰下两种估计方法的性能,将图1中延迟信号相对于原信号的时间延迟固定为60 ms,可以看到,随着噪声比

例的增大,广义相关的有效信号部分瞬时相关能量 峰值与噪声部分瞬时相关能量峰值差距逐渐缩小, 而相对于循环相关来说,两者差距变化则并不太大.



图 1 不同强度高斯噪声下的广义相关与循环相关能量图(时间延迟为 60 ms)

为了比较不同的时间延迟量对广义相关与循环 相关估计方法的影响,图 2 中将噪声比例固定为 100%.能够看出,时间延迟越大,循环相关的估计效 果越优于广义相关.可见循环相关法是一种更适合 于低信噪比、大延迟量的时延估计方法.



1





图 2 不同时间延迟量下的广义相关与循环相关能量图

#### 4 结 论

通过循环相关与广义相关最大能量法时延估计 的理论推导和模拟实验对比,说明循环相关在突出 有效波、抑制高斯噪声干扰方面是优于广义相关的, 也正是这个原因,越是在低信噪比环境中,循环相关 时延估计方法的优越性越能得到充分的体现.此外 模拟实验也表明,在时间延迟量较大的情况下,应用 循环相关进行时延估计同样优于广义相关.但是,循 环相关也有其自身的局限性,那就是在应用循环相 关时必须将非周期的时间序列扩充为以序列长度为 周期的周期序列,问题是如果序列本身就含有周期 分量,而这个分量的周期又刚好与原序列长度成倍 数关系时,采用循环相关进行时延估计将陷入误区. 所以一般来说,除非在其他的时延估计方法得不到 可靠结果的低信噪比、大延迟量情况下才采用循环 相关法来估计时间延迟,在一般情况下还是少用此 方法为宜.

#### 参考文献:

- Knapp C H, Carter G C. The generalized correlation method for estimation of time delay[J]. IEEE Trans on ASSP, 1976, 24(4): 320-327.
- [2] Carter G C. Coherence and time delay estimation [J]. Proc of the IEEE, 1987, 76(2):236-255.

- [3] Piersol A G. Time delay estimation using phase data[J].IEEE Trans on ASSP, 1981, 29(3): 471-477.
- [4] Zhao Zhen, Hou Ziqiang. The generalized phase spectrum method for time delay estimation[J]. ICASSP'84, 1984,46(2):1-4.
- [5] Nikias C L, Pan R. Time delay estimation in unknown Gaussian spatially correlation noise[J]. IEEE Trans on ASSP, 1988, 86(11): 1706-1714.
- [6] Chiang H H, Nikians C L. A new method for adaptive time delay estimation for non-Gaussian signals[J]. IEEE Trans on ASSP, 1990, 88(2):209-219.
- [7] Chan Y T, Kiley J M, Plant J B. A parameter estimation approach to time delay estimation and signal detection[J]. IEEE Trans on ASSP,1980,28(1): 8-16.
- [8] Chan Y T, Kiley J M, Plant J B. Modeling of the delay and its application to estimation and signal detection[J]. IEEE Trans on ASSP,1981,29(3):577-581.
- [9] Reed F A, Fintuch P L, Bershad N J. Time delay estimation using the LMS adaptive filter—static behavior
   [J]. IEEE Trans on ASSP, 1981,29(3):561-571.
- [10] Youn D H, Ahmed N, Carter G C. On using the LMS algorithm for time delay estimation[J]. IEEE Trans on ASSP, 1982, 80(5):789-801.
- [11] 程乾生.信号数字处理的数学原理[M].北京:石油工 业出版社,1993.2-19.
- [12] 张贤达.时间序列分析——高阶统计量方法[M].北 京:清华大学出版社,1996.1-100.