

DOI: 10.3969/j.issn.0254-0150.2010.06.014

圆弧齿轮等温弹流润滑的多重网格数值分析*

时高伟 王优强

(青岛理工大学 山东青岛 266033)

摘要: 根据圆弧齿轮啮合原理建立单圆弧齿轮等效线接触弹流润滑模型, 利用多重网格法求解其等温弹性流体动力润滑的数值解, 分析不同参数变量对润滑油膜压力和膜厚的影响。结果表明: 齿轮转速、模数、传动比、压力角、润滑油黏度越大, 则齿轮的油膜压力越小, 油膜越厚, 因此在保证齿轮传动要求的前提下, 可适当增大齿轮的压力角和模数等几何参数; 齿轮螺旋角增大, 油膜厚度会减小, 因此螺旋角的取值应在一个合理的范围内; 采用多重网格法计算所得的油膜压力和油膜厚度分布都符合典型的弹流理论, 且比以前的研究结果更能接近实际情况。

关键词: 圆弧齿轮; 弹流润滑; 多重网格法

中图分类号: TH117.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 0254-0150(2010)6-060-4

Numerical Analysis on Isothermal Elastohydrodynamic Lubrication of Circular Arc Gears with Muti-grid Method

Shi Gaowei Wang Youqiang

(Qingdao Technological University, Qingdao Shandong 266033, China)

Abstract: Based on circular arc gear engagement principle, a equivalent line contact elastohydrodynamic lubrication (EHL) model was established and a full isothermal numerical solution of EHL model was obtained with the muti-grid method. The effects of different parameters on the pressure and film thickness were discussed. The results show that, as the rotational speed, modulus, transmission ratio, pressure angle, and viscosity increase, film pressure decreases and film thickness increases. So the pressure angle and modulus and other gear geometry parameters can be appropriately increased when meeting gear transmission requirements. As the helical angle of gear increase, film thickness will decrease. Therefore helical angle value should be in a rational range. The results of oil film pressure and film thickness distribution calculated by multi-grid method are accord with typical EHL theory, and the research results are closer to the actual situation.

Keywords: circular arc gear; elastohydrodynamic lubrication; muti-grid method

圆弧齿轮相对于渐开线齿轮具有更高的承载能力和传动的平稳性, 在工程实践中的应用较为广泛, 因此研究圆弧齿轮的润滑机制具有重要的理论和现实意义^[1]。圆弧齿轮的弹流润滑研究直到20世纪90年代还处在初期阶段, 以前的研究大多都是经验性的估算油膜厚度或者利用普通的数值计算求其数值解。本文作者研究了单圆弧齿轮传动的等效线接触问题, 利用多重网格法求得等温弹性流体动力润滑的数值解, 所得结果与以往刘福林等^[2]所得结论比较, 可以看出油膜有明显的颈缩和尖锐的压力峰值, 并通过各种参数的变化, 比较了不同工况下各参数对油膜压力和膜厚的影响。

1 圆弧齿轮传动的数学模型

1.1 坐标系与几何关系

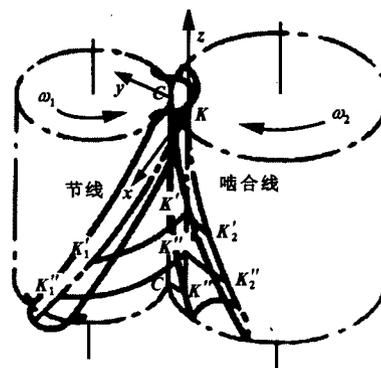


图1 圆弧齿轮传动的示意图

Fig 1 Schematic diagram of circular arc gears

图1为一对圆弧齿轮传动的示意图。在图中建立

* 基金项目: 国家自然科学基金项目(50875137); 山东省自然科学基金项目(Y2007F30); 泰山学者建设专项经费资助项目。

收稿日期: 2009-12-29

作者简介: 时高伟(1985—), 男, 硕士研究生. E-mail: taxuwuhen-1985@163.com.

坐标系, 其中 x 轴为啮合点处一对齿廓的螺旋线公切线方向, y 轴为啮合点处两齿廓法截面上的公切线方向。

1.2 综合曲率半径

设 r_{B1} 和 r_{B2} 分别是两齿轮的基圆半径, ω_1 和 ω_2 分别为两齿轮的转动角速度, 端面压力角为 α_s , 接触点的移距为 l , 螺旋角为 β , 压力角为 α 。

根据圆弧齿轮传动的理论, 在 yo_z 和 xoz 平面中分别对应了圆弧齿轮凸齿和凹齿的曲率半径, 它们分别是:

在 yo_z 平面内:

$$R_{1y} = \rho_a, R_{2y} = \rho_f \quad (1)$$

在 xoz 平面内:

$$\begin{cases} R_{1x} = \frac{\sin^2 \beta \sin \alpha}{r_1 + \rho_a \sin^2 \beta \sin \alpha} \\ R_{2x} = \frac{\sin^2 \beta \sin \alpha}{r_{21} - \rho_f \sin^2 \beta \sin \alpha} \end{cases} \quad (2)$$

综合曲率半径表示为:

$$R_x = \frac{R_{1x} R_{2x}}{R_{1x} + R_{2x}}, R_y = \frac{R_{1y} R_{2y}}{R_{2y} - R_{1y}} \quad (3)$$

1.3 卷吸速度

由于在端面上凸齿轮轮廓的圆弧半径比凹齿的圆弧半径略小, 理论上两轮齿应是点接触, 接触面为椭圆率较大的长椭圆。然而, 经过磨合以后, 接触部位迅速扩大占齿高的 60% ~ 80% 以上, 故可视为凸凹齿沿齿高的方向圆弧面滚子的线接触^[3]。

根据圆弧齿轮理论, 接触线上接触点的圆周速度为:

$$\begin{cases} v_{B1} = \omega_1 r_{B1} = \omega_1 \sqrt{(l \cos \alpha_s)^2 + (r_1 + l \sin \alpha_s)^2} \\ v_{B2} = \omega_2 r_{B2} = \omega_2 \sqrt{(l \cos \alpha_s)^2 + (r_2 - l \sin \alpha_s)^2} \end{cases} \quad (4)$$

啮合点沿接触线的线速度:

$$\begin{cases} v_{j1} = \sqrt{v_0^2 + v_{B1}^2} = \omega_1 \sqrt{P_1^2 + r_{B1}^2} = \frac{v_{B1}}{\sin \beta} \\ v_{j2} = \sqrt{v_0^2 + v_{B2}^2} = \omega_2 \sqrt{P_2^2 + r_{B2}^2} = \frac{v_{B2}}{\sin \beta} \end{cases} \quad (5)$$

式中: v_0 为节圆的线速度; P_1, P_2 是螺旋参数。

这两个速度分别是两齿面在接触点的线速度, 所建立的直角坐标系的原点与啮合点是重合的, 因此齿面接触线的方向以及其相互垂直的 y, z 方向运动速度分别是:

$$U_1 = v_{j1} = \frac{v_{B1}}{\sin \beta}, U_2 = v_{j2} = \frac{v_{B2}}{\sin \beta} \quad (6)$$

$$v_1 = v_2 = 0, w_1 = w_2 = 0 \quad (7)$$

2 圆弧齿轮稳态弹流润滑数值分析

2.1 基本方程^[4]

(1) Reynolds 方程

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 12U \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} \quad (8)$$

式中: p 是流体压力 (Pa); h 为油膜厚度 (m); U 为卷吸速度 (m/s), $U = (U_1 + U_2)/2$, U_1 和 U_2 分别为两轮齿在啮合点处沿接触线的线速度; η 和 ρ 分别是润滑剂的黏度和密度。方程采用 Reynolds 边界条件。

(2) 膜厚方程

$$h = h_0 + \frac{x^2}{2R} - \frac{2}{\pi E'} \int_{-\infty}^x p(s) \ln(x-s)^2 ds \quad (9)$$

式中: h_0 是刚体中心膜厚 (m); R 为轮齿在啮合点处两齿廓的综合曲率半径 (m); E' 为两轮齿材料的综合弹性模量 (Pa) 定义为:

$$\frac{1}{E'} = \frac{1}{2} \left(\frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right) \quad (10)$$

其中, E_1, E_2 是齿轮 a、b 的弹性模量 (N/m²); μ_1, μ_2 是齿轮的泊松比。

(3) 黏压关系采用 Roelands 公式

$$\eta = \eta_0 \exp \{ (\ln \eta_0 + 9.67) [(1 + 5.1 \times 10^{-9} p)^Z - 1] \} \quad (11)$$

式中: η_0 为润滑剂的环境黏度 (Pa·s); Z_0 是黏压系数。

(4) 密压关系采用 Dowson-Higginson 公式

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} p}{1 + 1.7 \times 10^{-9} p} \right) \quad (12)$$

式中: ρ_0 为润滑剂的环境密度 (kg/m³)。

(5) 载荷方程

$$W = \int_{-\infty}^x p(x) dx \quad (13)$$

2.2 基本方程的量纲一化

为减少参数, 利于对计算结果的分析, 并改善计算过程中的数值稳定性, 需对各方程进行量纲一化处理。

令量纲一化标 $X = x/b$, 量纲一化载荷 $\bar{W} = W/(E'R)$, 量纲一化速度 $\bar{U} = \eta_0 U/(E'R)$, 量纲一化膜厚 $\bar{H} = hR/b^2$, 量纲一化压力 $\bar{P} = p/p_H$, 量纲一化黏度 $\bar{\eta} = \eta/\eta_0$, 量纲一化密度 $\bar{\rho} = \rho/\rho_0$ 。

其中, $b = \sqrt{8WR/(\pi E')}$ 为两刚性齿廓在载荷 W 作用下的 Hertz 接触半宽; $p_H = E'b/(4R)$, 为最大的 Hertz 接触压力; ρ_0 和 η_0 分别为润滑剂的环境密度和黏度。

则量纲一化形式的雷诺方程、膜厚方程和黏压、密压方程和载荷方程分别为:

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\bar{\epsilon} \frac{\partial \bar{P}}{\partial X} \right) = \frac{\partial}{\partial X} (\bar{\rho} \bar{H}) \quad (14)$$

式中: $\varepsilon = \frac{\rho H^3}{\eta \lambda}$, $\lambda = \frac{3}{4} \pi^2 \frac{\bar{U}}{\bar{W}^2}$

$$H = H_0 + \frac{X^2}{2} - \frac{1}{\pi} \int_{x_c}^x P(X') \ln |X - X'| dX'$$

$$\bar{\eta} = \exp\{(\ln \eta_0 + 9.67)[(1 + 5.1 \times 10^{-9} \rho_H P)^{2.0} - 1]\}$$

$$\bar{\rho} = 1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} \rho_H P}{1 + 1.7 \times 10^{-9} \rho_H P}$$

$$\int_{x_c}^x P(X) dX = \pi/2$$

2.3 网格划分与数值分析

利用多重网格法进行计算, 划分网格共6层, 每层节点数分别为31, 61, 121, 241, 481和961。以赫兹压力为压力初值, 中心膜厚 ($x=0$ 处的膜厚) h_0 初值采用经验公式:

$$h_0 = 11.9 \alpha^{0.4} (\eta_0 U)^{0.74} E'^{-0.14} R^{0.46} W^{-0.2} \quad (15)$$

量纲一化形式为

$$H_0 = h_0/R = 11.9 \bar{U}^{0.74} \bar{G}^{0.4} \bar{W}^{-0.2} \quad (16)$$

压力分析在各层网格上均使用迭代, 压力的迭代方法包括压力的迭代过程和 h_0 的调整。压力的迭代在每层网格上均需进行。在第2~ m 层网格上采用 Gauss-seidel 迭代。在最底层网格上采用 Newton-Raphson 法同时完成对压力的迭代和对刚体膜厚的调整, 避免了在最底层网格上也使用 Gauss-Seidel 迭代需反复调整刚体膜厚而选择松弛因子引起的一系列问题^[5]。

3 结果分析与讨论

3.1 基本参数

采用鼓风机增速箱中单圆弧齿轮传动数据。(a) 传动参数: 齿数 $Z_1 = 52$, $Z_2 = 76$, 法面模数 $M_n = 3$ mm, 螺旋角 $\beta = 16.26^\circ$; (b) 齿廓参数: 压力角 $\alpha = 30^\circ$, 齿廓半径 $\rho_a = 1.5 M_n$, $\rho_f = 1.5 M_n + 0.6$; 齿宽 $b = 140$ mm; (c) 材料物理性能: 弹性模量 $E_1 = E_2 = 200$ GPa, 泊松比 $\mu_1 = \mu_2 = 0.3$; 润滑油的环境黏度 $\eta_0 = 0.075$ Pa·s; (d) 工况条件: 传递功率 $P = 4500$ kW。

3.2 结果分析与讨论

经计算在啮入点、节点、啮出点的压力与膜厚如图2所示。图中曲线分别为沿圆弧齿廓啮合的3个截面的油膜形状和压力分布, 可知在接触区 x 方向上最小油膜厚度发生在出口位置处, 接近接触中心; 最大压力峰值发生在入口区的一侧, 偏离了接触中心的位置。在 y 方向上, 接触中心油膜厚度最大, 两边则最小, 压力则在接触中心是最大的。发生这一现象的原因是油膜中心流体动压起的作用。同时发现在 Herz 接触区出口一带油膜会有颈缩现象, 压力会有明显的

压力峰值, 均符合经典弹流润滑理论。

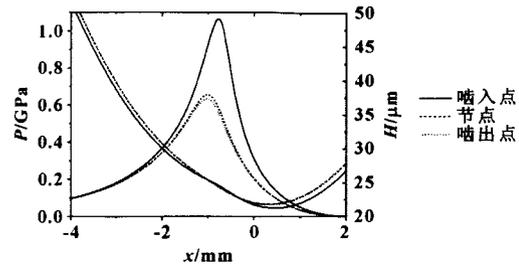


图2 啮入点、节点和啮出点的油膜压力和膜厚

Fig 2 The film pressure and thickness distribution of different engaging points

改变齿轮传动比, 分别取传动比 $i = 1.5, 2, 3$, 计算得到的油膜压力和厚度分布如图3所示。

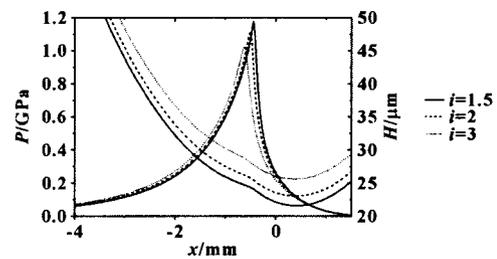


图3 传动比对压力和膜厚的影响

Fig 3 Effect of transmission ratio on pressure and film thickness

可以看到, 随着传动比的增加, 油膜厚度逐渐增加, 油膜压力逐渐减小。这主要是因为由于传动比增大, 相对较大的齿轮的直径逐渐增大, 因此实际 Hertz 接触区的范围会变大, 在同样的载荷条件下, 单位油膜压力减小, 油膜厚度就会增加^[6]。

改变齿轮的模数, 分别取模数为3、4、5 mm, 计算得到的油膜压力和膜厚分布如图4所示。

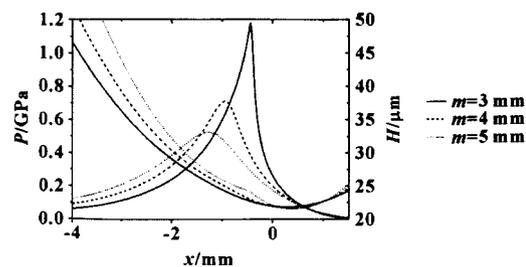


图4 模数对油膜压力和膜厚的影响

Fig 4 Effect of modulus on pressure and film thickness

可知, 齿轮的模数越大, 其油膜压力越小, 油膜厚度则越大。这是由于齿轮模数越小, 则齿轮的尺寸就越小, 相应的接触区范围就越小, 单位压力越大, 油膜厚度越小。

改变小齿轮的转速, 计算得到的油膜压力和膜厚分布如图5所示。

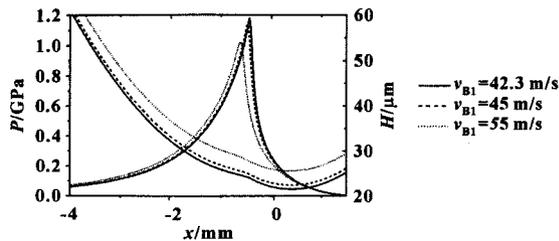


图5 齿轮的平均转速对油膜压力和膜厚的影响

Fig 5 Effect of gear average speed on film pressure and film thickness

可以看出, 轮齿的表面速度对油膜压力和膜厚有一定的影响, 轮齿表面的平均速度越大, 油膜压力会减小, 齿面间的油膜厚度会逐渐增大。

改变压力角大小, 分别取 $\alpha = 30^\circ, 32^\circ, 35^\circ$, 计算得到的油膜压力与膜厚分布如图6所示。

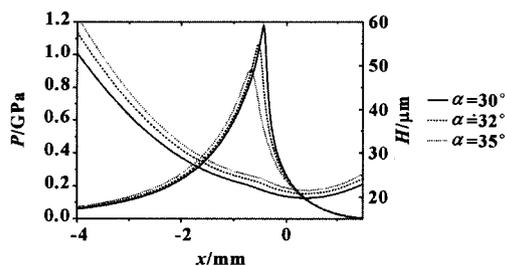


图6 压力角对油膜压力和膜厚的影响

Fig 6 Effect of pressure angle on pressure and film thickness

可以看出, 增大压力角会使油膜压力降低, 膜厚增加, 反之, 压力角减小, 油膜压力增加, 膜厚减小。

改变齿轮的螺旋角, 分别取 $\beta = 16.26^\circ, 18^\circ, 20^\circ$, 其他参数不变, 计算得到的油膜压力和膜厚分布如图7所示。

可以看出, 随着螺旋角的增大, 油膜厚度会依次减小, 这是由于螺旋角增大, 齿面的当量曲率半径以及齿面的平均速度减小, 使得轮齿的法向载荷增大, 从而使油膜厚度减小。但是同时螺旋角也不能取值太小, 螺旋角较小时会引起动载荷增大影响传动的平稳性。

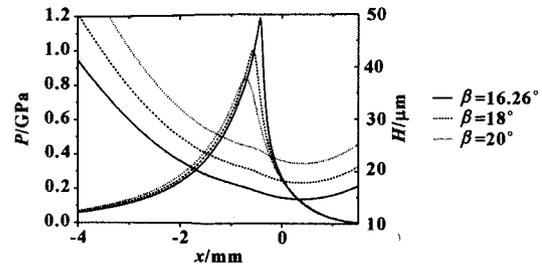


图7 螺旋角对油膜压力和膜厚的影响 ($\alpha = 30^\circ, m = 3 \text{ mm}$)

Fig 7 Effect of helical angle on pressure and film thickness ($\alpha = 30^\circ, m = 3 \text{ mm}$)

改变润滑油的黏度, 分别取 $\eta = 0.075, 0.08, 0.09 \text{ Pa} \cdot \text{s}$, 其他参数不变, 计算得到的油膜压力和膜厚分布如图8所示。

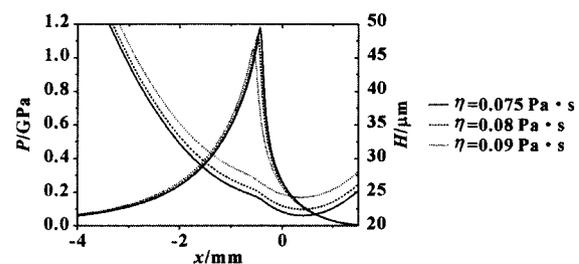


图8 润滑油黏度对油膜压力和膜厚的影响 ($\alpha = 30^\circ, m = 3 \text{ mm}$)

Fig 8 Effect of lubricating oil viscosity on pressure and film thickness ($\alpha = 30^\circ, m = 3 \text{ mm}$)

可见, 在接触区油膜压力会随着黏度的增加而减小, 而油膜厚度会随着黏度增加而变大。

4 结论

(1) 使用多重网格法进行运算, 速度快, 收敛性好, 数值计算比其他方法稳定, 并且不受其他参数的影响, 能够较快地达到稳定的数值解。

(2) 齿轮传动比、齿轮转速、模数、压力角、润滑油的黏度等参数都会对油膜压力与膜厚产生一定的影响。齿轮转速、模数、传动比、压力角、润滑油黏度越大, 则齿轮的油膜压力越小, 膜厚越厚。因此在保证齿轮传动要求的前提下, 应适当地增大齿轮的压力角和模数等几何参数。

(3) 齿轮的螺旋角也会影响油膜压力和膜厚的数值, 轮齿的螺旋角越大, 油膜厚度就会逐渐减小, 因此螺旋角的取值应在一个合理的范围内。

(4) 计算所得的油膜压力和油膜厚度分布都符合典型弹流理论, 比以前的研究结果更能接近实际情况。

(下转第80页)

的抗氧化性能进行了对比分析,结果见表 2。可以看出,基础油的氧化诱导期是 0 min,而含有 1.0% (质量分数) 添加剂的基础油的氧化诱导期是 18.3 min,加入添加剂后基础油的氧化诱导期增加明显。其抗氧化能力与常用的几种无灰抗氧剂大致相当。

为进一步了解合成的添加剂在基础油中的抗氧化性能,采用旋转氧弹法测定了其旋转氧弹时间,结果见表 3。可以看出,含添加剂的基础油的旋转氧弹时间是基础油的 12 倍以上,和 PDSC 测试的结果类似。说明合成的芳胺衍生物作为 HVIW H150 类加氢油的添加剂,可以明显地提高基础油的抗氧化性能。合成的添加剂具有良好的氧化安定性的主要原因,是合成的具有荒胺酸基团和芳胺基团,而荒胺酸基团与芳胺基团具有良好的抗氧化协同性能。

表 3 几种无灰抗氧剂在基础油中的抗氧化性能
Table 3 The oxidation resistance property of ashless oxidation inhibitors in base oil

组 成	时间/min
HVIW H150	21
HVIW H150 + 0.25% PADC	258
HVIW H150 + 0.25% Irganox L135	106
HVIW H150 + 0.25% Irganox L57	82
HVIW H150 + 0.25% Valube 7723	28

3 结论

(1) 合成的芳胺衍生物作为加氢基础油 HVIW H150 的添加剂,具有较好的极压抗磨性能以及一定的减摩性能,能够有效提高基础油的抗磨损性能。

(2) 合成的芳胺衍生物表现出良好的抗氧化能力,能够提高基础油的抗氧化性能。

(上接第 63 页)

参考文献

- [1] 太原工学院齿轮研究室. 圆弧齿轮[M]. 北京:机械工业出版社,1980.
- [2] 王优强,刘冬伟,李伟. 渐开线斜齿轮瞬态弹流润滑数值分析[J]. 润滑与密封,2008,33(7):20-24.
Wang Youqiang, Liu Dongwei, Li Wei. Numerical Analysis of Instantaneous Elastohydrodynamic Lubrication for Helical Gears [J]. Lubrication Engineering, 2008, 33(7): 20-24.
- [3] 刘福林,唐照民. 高速单圆弧齿轮等温弹性流体动力润滑数

参考文献

- [1] 姚俊兵. 无灰型硫代氨基甲酸酯润滑添加剂的应用[J]. 润滑油,2005,20(6):41-44.
YAO Junbing. The Application of Ashless Thiocarbamate as Lubricant Antioxidation and Ep Additive[J]. Lubricating Oil, 2005, 20(6): 41-44.
- [2] 王汝霖. 润滑剂摩擦化学[M]. 北京:中国石化出版社,1994.
- [3] Milner J L, Phillips R L, Ozbalik N, et al. Odor reduction of lubricant additives packages; US 6133207[P]. 2000-10-17.
- [4] He Zhongyi, Song Yuping, Shao Heyang, et al. Study of the synergistic effect of a triazine-dithiocarbamate derivative with TCP in vegetable oil[J]. Journal of Synthesis Lubrication, 2005, 21(4), 287-297.
- [5] Huang Weijiu, Dong Junxiu, Wu Guangfeng, et al. A study of S-[2-(acetamido) benzothiazol-1-yl] N, N-dibutylthiocarbamate as an oil additive in liquid paraffin[J]. Tribology International, 2004, 37: 71-76.
- [6] Sarin R, Tuli D K, Martin V, et al. Development of N, P and S-containing multifunctional additives for lubricants[J]. Lubr Eng, 1997, 53(5): 21-27.
- [7] Moulder S F, Stickle W F, Sobol P E, et al. Physical Electronics Division; Handbook of X-ray Photoelectron Spectroscopy[M]. Minnesota: Perkin-Elmer, 1992.
- [8] Gao Yongjian, Zhang Zhijun, Xue Qunji. Study on 1,3,4-thiadiazole derivatives as novel multifunctional oil additives[J]. Materials Research Bulletin, 1999, 34: 1867-1874.
- [9] Komvopoulos K, Chiaro V, Pakter B, et al. Antiwear tribofilm formation on steel surface lubricated with gear oil containing borate, phosphorus, and sulfur additives[J]. Tribology Transactions, 2002, 45(4): 568-575.
- [10] 值解[J]. 齿轮, 1987, 11(5): 25-28.
- [11] 张有忱, 温诗铸. 双圆弧齿轮弹流润滑研究[J]. 机械设计, 1992(6): 39-43.
- [12] 畅通, 王优强. 考虑粗糙度的直齿圆柱齿轮热混合润滑分析. [J]. 润滑与密封, 2009, 34(4): 35-39.
Chang Tong, Wang Youqiang. Thermal Mixed Lubrication Analyses of Involute Spur Gear Considering Roughness[J]. Lubrication Engineering, 2009, 34(4): 35-39.
- [13] 温诗铸, 杨沛然. 弹性流体动力润滑[M]. 北京:清华大学出版社, 1992.