# 一种非线性非平稳自适应信号处理方法—希尔伯特－黄变换综述：发展与应用*

沈　毅，沈志远

（哈尔滨工业大学　航天学院，黑龙江　哈尔滨　150001）

**摘　要：**非线性非平稳信号的分析、处理以及特征提取问题，一直是学术和工程界关注的热点问题之一。为突破传统数据分析方法受线性或者平稳性假设的限制，一种新颖的、高效的非线性、非平稳、自适应的数据分析方法——希尔伯特－黄变换(HHT)被提出。在这篇综述中，我们介绍HHT的基本思想和近期发展，总结起在工程领域中的应用情况，并且列举与之相关的数学问题。

**关键词：**信号处理；希尔伯特－黄变换；集合经验模态分解；二维经验模态分解

中图法分类号：TP202.7　　文献标识码：A　　文章编号：1003－7241(2010)05－0001－05

# A Review of the Nonlinear Nonstationary Adaptive Signal Processing Method-Hilbert-Huang Transform: Its Development and Applications

**SHEN Yi, SHEN Zhi-yuan**

( Department of Control Science and Engineering Harbin Institute of Technology, Harbin 150001 China )

**Abstract:** It is one of hot topic in the scientific and engineering research area that analyzing, processing and feature extracting nonlinear and nonstationary data. To break the limit of linearity and stationarity assumption in traditional data, a novel, highly effective, adaptive nonlinear and nonstationary data analysis method called Hilbert - Huang Transform (HHT) is proposed in last decade. In this review, the basic idea of this method and the recent development, summarize the applications in various engineering research areas are introduced and the related mathematical problems are discussed.

**Key words:** signal processing; Hilbert-Huang transform; ensemble empirical mode decomposition; bi-dimensional empirical mode decomposition

## 1　引言

非线性非平稳信号的分析、处理以及特征提取问题，一直是学术和工程界关注的热点问题之一。傅里叶变换作为一种传统的时频分析工具，通过在全局上定义统一的谐波成分的线性组合来表达被分析信号。但是，由于试图用统一的谐波成分逼近非统一的非平稳信号，往往会造成失真。虽然短时傅里叶分析，作为一个有限长时窗限制下的傅里叶谱分析能够解决上述问题，但是它严格服从平稳性假设并且被测不准原理所困扰。在过去的20年中，小波分析吸引了无数数学家和工程师们的注意，但是它的分析结果严重的依赖小波基函数的选择，这就意味着，对于特殊的情况需要不断调整小波基函数。另外，为更好的理解隐藏在数据中的物理现象，接受的数据往往同时表现为非线性和非平稳性。然而，已有的数据分析方法要么面对线性非平稳信号[1－2]，要么面对非线性平稳信号[3－4]。因此，发展一种非线性非平稳数据分析方法是十分迫切的。希尔伯特－黄变换正是这一推动下的产物。

* 基金项目：中国自然科学基金（编号60874054、60901043、30800240、60975009）；教育部博士点基金（编号20092302110037）

收稿日期：2010－03－29

本文结构如下：第一节介绍希尔伯特－黄变换的基本方法；希尔伯特－黄的近期发展：集合经验模态分解以及 2 维经验模态分解在第二节被介绍；第三节列举希尔伯特－黄在一维和二维情况下的部分应用；与之相关的数学问题在第四节被讨论；结论在第五节被给出。

## 2 希尔伯特－黄变换

希尔伯特－黄变换(Hilbert−Huang Transform, HHT)由美籍华人黄锷在 1998 年首次提出[5]。HHT 被认为是一种处理非线性、非平稳信号的自适应算法[6]。HHT 分成两个部分，经验模态分解(Empirical Mode Decomposition, EMD)和希尔伯特谱分析(Hilbert Spectral Analysis, HSA)。

### 2.1 经验模态分解

经验模态分解往往被称为是一个“筛选”过程。这个筛选过程依据信号特点自适应地把任意一个复杂信号分解为一列本征模态函数(Intrinsic Mode Function, IMF)。它满足如下两个条件：

(1) 信号极值点的数量与零点数相等或相差是一；

(2) 信号的由极大值定义的上包络和由极小值定义的下包络的局部均值为零。

EMD 筛选过程如下：

(1) 对输入信号 $x(t)$，求取极大值点 $x(t_{i_u}), i_u = 1,\cdots,N_u$ 和极小值点 $x(t_{j_l}), j_u = 1,\cdots,N_l$；

(2) 对极大值点和极小值点采用三次样条函数插值构造信号上下包络 $x_u(t)$、$x_l(t)$，计算上、下包络的均值函数 $m_1 = \frac{1}{2}(x_u(t) + x_l(t))$；

(3) 考察 $h_1 = x(t) - m_1$ 是否满足 IMF 条件，如果满足则转到下一步，否则对 $h_1$ 进行前两步操作，求得 $m_{11}$ 以及 $h_{11} = h_1 - m_{11}$，依次下去，直到第 k 步 $h_{1k} = h_{1k-1} - m_{1k}$ 满足 IMF 条件，则求得第一个 IMF $c_1 = h_{1k}$；

(4) 得到第一个残留 $r_1 = x(t) - c_1$，对 $r_1$ 作如同上述三步操作，得到 $c_2$ 以及 $r_2 = x(t) - c_2$ 以此类推；

(5) 直到 $r_n$ 为单调信号或者只存在一个极点为止。原始信号被表达为 $x(t) = \sum_{i=1}^{n} c_i + r_n$。

### 2.2 希尔伯特谱分析

这类本征模态函数的瞬时频率(Instantaneous Frequency, IF)有着明确的物理意义。因此，经验模态分解后，对每一个 IMF 作希尔伯特变换(Hilbert Transform, HT)，继而可求取每一个 IMF 的瞬时频率。

对任意信号 $x(t)$，称 $y(t) = \frac{1}{\pi} P.V \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(\tau)}{t-\tau} d\tau$ 为 $x(t)$ 的希尔伯特变换，其中 P.V 表示 Cauchy 主值积分[7]。

通过 HT，可以构造解析信号 $z(t)$，并在极坐标下表达为：$z(t) = x(t) + jy(t) = a(t)e^{j\theta(t)}$，其中 $a(t) = (x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}$，$\theta(t) = \tan^{-1}\frac{y}{x}$，则 $x(t)$ 的瞬时频率定义为 $\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$。

综合上述两步，原信号表达为 $x(\omega,t) = \sum_{j=1}^{n} a_j(t)\exp\left(i\int \omega_j dt\right)$，为一个时间－频率－能量三维分布图。

## 3 希尔伯特－黄变换的最新发展

### 3.1 集合经验模态分解

EMD 方法的一个主要不足是模式混淆(Mode Mixing, MM)。模式混淆定义为一个单一的 IMF 包含较宽离散尺度的信号或者一个相似时间尺度的信号在不同的 IMF 中出现。它主要是由于信号的间断而产生的。黄锷先生在文献[8]中指出：模式混淆不仅在时频分布上引起严重的锯齿线，并且使得单一的 IMF 失去它的物理意义。另一个模式混淆的影响是导致物理单一性的缺乏，在 Wu 的文献[9]中提到，对于两个同样的信号，一个加入低阶随机噪声而另一个没有，则 EMD 分解的结果出现较大的不同。原始输入信号微小的不同却引发分解结果较大的不同则带来了一个问题：哪个分解是可靠的？

黄锷先生在 1999 年作了一个间断测试[9]，用于解决模态混淆问题。但这个方法存在如下两个问题。首先测试基于一个主观选择的尺度，因此使得 EMD 不完全自适应；第二，如果尺度不是清晰可分的，那么主观选择的尺度不能找到。为了克服上述问题，一个新的、噪声配合的数据分析方法集合经验模态分解(Ensemble Empirical Mode Decomposition, EEMD)被提出[10]。

*EEMD* 定义真正的 *IMF* 为一簇分解试验品的均值。这些试验品包含信号加上一个有限振幅的白噪声。*EEMD* 算法如下：

(1) 把一个白噪声加到目标信号中 $x_i(t) = x(t) + m_i(t)$；

(2) 分解带白噪声的数据为 IMF；

(3) 重复上述两步，每次分解使信号带不同的白噪声；

(4) 得到相应的 IMF 的均值作为最终结果 $c_j(t) = \lim_{N} \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} c_{jk}(t)$。

### 3.2 2维经验模态分解

由于一维 $EMD$ 算法能够提取信号的固有本质变化特性，因此，学者试图把 $EMD$ 算法推广到二维甚至更高维情况，从而提取数字图像的某种本质属性。然而，如同数百年来人们在理论研究中所遇到的困难一样，同一个问题或者算法推广到高一维的情况，问题的复杂度会大幅度的增加。

一种简单的被称为伪二维 $EMD$[11] 方法应运而生。这种方法将图像按行(或者列)当作一维信号处理，但是，这种方法明显的缺点是会产生内部不连续性。例如，按行把数据当作一维信号处理，必然破坏行与行之间的连续性。虽然伪二维 $EMD$ 方法取得了一些成果，但仍有许多学者试图探索真正的二维 $EMD$ 方法。

对于二维 $EMD$ 算法，伴随如下问题需要解决。

第一，二维情况下极值点的求取。对于一维信号，仅用一阶导数是否为零就可以判别信号的极点。然而，在二维情况下，一阶导数为零只能求解出鞍点，真正的极点还要考虑二阶导数。那么，在二维情况下是否严格按照一维的要求提取极点，还是为获得更多的信息而采用鞍点作为“极点”？另外，假设需要提取图像极点，是用导数来判别还是采用其他数学方法？对于第一个问题，基于不同的应用背景有着不同的结论；而第二个问题，一些数学家采用数学形态学的知识快速、准确的找到了极点。

第二，适应平面(*Fitting Face*)的生成。这里适应平面类似于一维情况下上下包络的局部均值曲线。我们知道，一维包络均值会影响每一步 $EMD$ 结果，而每一个 $IMF$ 正是从原信号抽取包络均值后的残余成分，所以二维情况下适应平面对整个算法至关重要。黄锷曾说：不同的 $2D-EMD$ 往往就是不同的适应平面的选取。当极点(鞍点)已知时，最简单的想法是基于这些点构造二维三次样条函数。另一种方法是应用有限元方法构造网格[12]，从而构造适应平面。而文[13-14]采用 *Delaunary* 三角形方法构造三角网格，并用精确立方多项式插值求取适应平面。而 *Nunes*[15-17] 采用径向基函数求取适应平面，并用 *Riesz* 变换代替 *Hilbert* 变换计算局部波形。

第三，$IMF$ 终止条件的确定。由于 IMF 的定义在筛选中不能严格满足，故采用 $SD$ 准则。对于 $2D-EMD$ 的 $SD$ 是什么呢？一个简单解决的方法是固定 $IMF$ 的筛选次数。

第四，图像边界效应的问题。在图像处理中，边界效应会随着迭代的次数而向图像内部扩张，造成图像的失真。在一维情况下，$EMD$ 采用三次样条插值会造成端点飞翼现象。在二维 $EMD$ 中，这种效应是否会急剧图像的边界效应？

随着对以上 4 个问题研究的深入和解决，必将推动 $2D-EMD$ 的发展。

## 4　希尔伯特－黄变换的应用

在一维情况下，由于 $HHT$ 良好的工程特性，它被广泛用于一些工程领域，这里列举部分。

*Flandrin* 讨论了 $HHT$ 的滤波特性[18]，通过实验和数值分析，他们发现 $EMD$ 对于高斯白噪声的分解等价于一个二进通带滤波器，意味着在此条件下，$HHT$ 与小波有同样的性质。

在故障诊断工程应用中，通过对故障信号进行 $EMD$ 分解，在不同应用背景下，对不同成分进行 $HAS$，得到了较好的实验结果。例如，对于飞行器变速箱故障诊断问题，文[19]通过对飞行器变速箱转速输出数据进行实时检测，通过 $EMD$ 分解找到数据的突变点，从而实现了故障诊断。文[20]针对卫星姿控系统，利用 $EMD$ 处理非线性非平稳信号的能力，对未知故障予以诊断。同样的思想被用于一般健康检测[21]情况。机械断裂故障是机械生产中最常见的一类故障，通过 $EMD$ 能够实现故障的特征提取，结合能量算子调节法，实现了此类故障的诊断[22]。

由于 $HHT$ 基于“信号由低频振动与高频振动叠加生成”的思想，因此它特别适合于震动信号分析[23]。文[24]利用集合经验模态分解实现医学超声信号的降噪处理。文[25]将 $HHT$ 提取的瞬时能量和瞬时频率作为病态嗓音的特征。

对于一些非线性非平稳信号，例如脑红外检测技术中的血氧信号[26]，$EMD$ 分解相比于 $FFT$ 和小波分析能过较好提取信号特征，从而为后续数据分析打下良好基础。对于表现为非线性非平稳性的微弱心电信号，$EMD$ 能够实现该信号的有效去噪[27]。

特别的，利用 $IMF$ 的统计特性，*Huang* 等对于市场供求数据进行多尺度分析[28]，从而得到价格市场预测模型。

虽然 $2D-EMD$ 仍处于探索阶段，但在不同的工程背景下，学者们取得了实验效果。文[29]采用 $2D-EMD$ 对图像进行分解，对分解后的每个 $IMF$ 综合二维线性和二维立方插值的方法进行放大，最后重构原图像，从而实现了图像的放大。文[30-31]基于数学形态学中测地线算子寻找图像的极点，用径向基函数求取适应平面，对图像

进行 2D-EMD，实现了对纹理图像的分析。文[32]采用 2D-EMD 把图像分解为高-低频部分。通过对高频部分采用灰度变换法重新分配图像像素，使得图像细节部分被锐化，达到医学图像增强的效果。文[33-34]将图像进行 2D-EMD 分解，通过只传输每个 IMF 的极点，在信宿对极点用三次样条插值恢复每个 IMF，再重构图像，从而实现了图像压缩。但是由于 IMF 只是三次样条函数的线性组合，并非三次样条函数，会有失真的地方。文[35]通过对图像进行 2D-EMD 分解，提取图像的本质属性，结合神经网络的知识，用于医学图像检索。

可以预见，随着 HHT 理论的研究和进一步的发展，必然将在信号处理、图像处理上发挥重大的作用。

## 5 希尔伯特-黄变换的数学问题

如同小波在上世纪 80 年代一样，HHT 的理论发展远落后其应用。特别是 HHT 相关的数学问题有待解决[37]。

第一，HHT 作为一种自适应数据处理方法，它在筛选过程中基于信号得到一族基函数。但是这种自适应提取基函数的正交性没有得到严格的证明。此外，筛选方法的稳定性和收敛性的证明也有待研究。

第二，HHT 作为一种处理非线性、非平稳数据的有效工具，能否基于此方法，根据系统输出数据的分解特性给出非线性系统的另一种定义。

第三，EMD 分解时需要端点预测，对于一个非线性、非平稳信号能否预测？如果能预测，对原始信号的要求是什么？以及预测的效果如何评价？

第四，极值点插值函数对残留和每个 IMF 都有影响，不同的样条函数产生不同的 IMF[38]，它们之间的关系是什么？是否存在一个最优 IMF 集？另外是否存在某一种插值函数保证 EMD 一定分解出有限个 IMF？

上述问题的解决将极大推动 HHT 的发展。

## 6 结束语

希尔伯特-黄变换作为一种新颖、高效的非线性、非平稳自适应数据分析方法，在近十年的发展中已经对许多学科的发展产生推动作用。虽然，一些希尔伯特-黄变换相关的数学问题有待进一步探讨和研究，有的问题甚至需要很长时间才能得以解决。但是随着它的完善，HHT 必将引领非线性、非平稳自适应数据分析方法理论体系的建立。

## 参考文献：

[1] FLANDRIN P.Time-Frequency/Time-Scale Analysis [M].Academic Press,1999,386.

[2] GROCHENIG K.Foundations of Time-Frequency Analysis[M].Birkhauser,2001,359.

[3] TONG H.Nonlinear Time Series Analysis[M].Oxford University Press,1990,564.

[4] DISK C.Nonlinear Time Series Analysis:Method and Applications[M].World Scientific Press,1999,180.

[5] HUANG N E,SHEN Z,LONG S R,et al.The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and nonstationary Time Series Analysis[J].Proceeding of Royal Society A,London,1998,(454):903-995.

[6] RUQIANG YAN,GAO R X.A tour of the Hilbert-Huang transform:an empirical tool for signal analysis[J].IEEE Instrumentation&Measurement Magazine,2007,10,(5):40-45.

[7] HANS S.Hilbert Transforms in Signal Processing [C].Artech House,1995,442.

[8] N E HUANG,M LWU,S R Long,S S SHEN,W D QU,P GLOERSEN,K L FAN.A confidence limit for the position empirical mode decomposition and Hilbert spectral analysis[C].Proc.R.Soc.London,Ser.A,2003,459,2317-2345.

[9] Z WU,N E HUANG,Ensemble empirical mode decomposition:A noise-assisted data analysis method[J].Adv.Adapt.Data Anal,2009,1(1):1-41.

[10] HUANG N E,Z SHEN,S R LONG.A new view of nonlinear water waves-The Hilbert spectrum[J].Annu.Rev.Fluid Mech.,1999,(31):417-457.

[11] N E HUANG,SAMUEL S P SHEN.Hilbert-Huang Transform and its applications[M].World Scientific Pressing,2005,289.

[12] XU Y,LIU B,LIU J,RIEMENSCHNEIDER S.Two-dimensional Empirical Mode Decomposition by Finite Elements[C].Proceedings of the Royal Society A:Volume 462,Number2074/October08,2006.

[13] DAMERVAL C,MEIGNEN S,PERRIER V.A fast algorithm for bi-dimensional EMD[J].IEEE Signal Processing Letters,2005,12(10):701-704.

[14] SONG P,J ZHANG.On the application of bi-dimensional empirical mode decomposition in the information separation of oceanic remote sensing image[J].High Technol.Lett.,2001,(11),62-67.

[15] NUNES J C,Y BOUAOUNE,E DELECHELLE,O NIANG,P BUNEL.Image analysis by bi-dimensional empirical mode decomposition[J].Image Vis.Comput.,2003,(21),1019-1026.

[16] NUNES J C,Y BOUAOUNE,E DELECHELLE,O NIANG,P BUNEL.Bi-dimensional empirical mode decom-

position modified for texture analysis[C].in Image Analysis: 13th Scandinavian Conference,SCIA 2003 Halmstad,Sweden, June 29–July 2,2003 Proceedings,Lect.Notes Comput.Sci., 2003,2749,pp.295–296.

[17] NUNES J C,S GUYOT,E DELECHELLE.Texture analysis based on local analysis of the bi-dimensional empirical mode decomposition[J].Mach.Vis.Appl.,2005,(16): 177–188.

[18] FLANDRIN P,RILLING G,CONCALVES P.Empirical mode decomposition as a filter bank[J].IEEE Signal Processing Letter,2004,11,(2):112–114.

[19] LIU B,RIEMENSCHNEIDER S,XU Y.Gearbox fault diagnosis using empirical mode decomposition and hilbert spectrum[J].Mechanical Systems and Signal Processing,2006 20,(3):April,718–734.

[20] 张筱磊,沈毅,张迎春,EMD 在卫星姿控系统未知故障诊断中的应用[J].华中科技大学学报,2009,37(1):204–206.

[21] BABU T R,SRIKANTH S,SEKHAR A S.Hilbert Huang transform for detection and monitoring of crack in a transient rotor[J].Mechanical Systems and Signal Processing,2008,22,(4):905–914.

[22] 于德介,程军圣,方宇.机械故障诊断的 Hilbert-Huang 变换方法[M].北京:科学学出版社,2006,98.

[23] PENG Z K,PETER W,CHU F L.An improved Hilbert-Huang transform and its application in vibration signal analysis[J].Journal of Sound and Vibration,2005, 286,(1–2):187–205.

[24] SHEN ZHIYUAN,SHEN YI,WANG QIANG, Medical Ultrasound Signal Denoise Based on Ensemble Empirical Mode Decomposition and Nonlinear Correlation Information Entropy[C].IEEE Youth Conference on Information,Computing and Telecommunication,2009, 19–22.

[25] 龚英姬,胡维平.基于 HHT 变换的病态嗓音特征提取及识别研究[J].计算机工程与应用 2007,43(34):217–220.

[26] 周振宇,杨宏宇,龚辉等.基于希尔伯特 – 黄变换的近红外脑功能成像技术研究[J].光学学报,2007,27(2):307–312.

[27] 宋立新,王祁,王玉静.基于 Hilbert–Huang 变换的 ECG 信号降噪方法[J].传感技术学报,2006,19,(6):2578–2590.

[28] N E HUANG,M L WU,W D QU,S R LONG, SAMUEL S P SHEN.Applications of Hilbert–Huang transform to non–stationary financial time series analysis[J]. Appl.Stochastic Models Bus.Ind.,2003,19:245–268.

[29] TIAN Y,HUANG Y,LI Y J.Image zooming method using 2D EMD technique[C].Proceedings of the 6th World Congress on Intelligent Control and Automation.2006, 10036–10041.

[30] XU GUANLEI,WANG XIAOTONG,XU XIAOGANG.Improved Bi–dimensional EMD and Hilbert Spectrum for the Analysis of Textures[J].Pattern Recognition, 2009,42,(5):718–734.

[31] 刘忠轩,彭思龙.方向 EMD 分解与其在纹理分割中的应用[J].中国科学(E 辑),2005,35(2):113–123.

[32] QIN X J,LIU S H,Wu Z Q,HAN J.Medical image enhancement method based on 2D empirical mode Decomposition[C].The 2nd International Conference on Bioinformatics and Biomedical Engineering,2008.ICBBE 2008.2008 Page(s):2533–2536.

[33] LINDERHED A.2D empirical mode decompositions in the spirit of image compression[C].Wavelet and Independent Component Analysis Applications IX,Proceedings of the SPIE,2002,4738:1–8.

[34] LINDERHED A.Adaptive image compression with wavelet packets and empirical mode decomposition[D],Ph. D.dissertation,226 pp.,Dep.of Electr.Eng.,Linkoping Univ.,Linkoping,Sweden.2004.

[35] LINDERHED A.Variable sampling of the empirical mode decomposition of two–dimensional signals [J].Int.J.Wavelets Multresult.Inf.Process.,2005,(3):435–452.

[36] 刘伟,张洪,周洁等.使用希尔伯特 – 黄变换的医学图像检索[J].传感技术学报,2007,20(5):1077–1081.

[37] N E HUANG,Z H WU.A review on Hilbert–Huang transform: method and its application to geophysical studies [J].Rev.Geophys.,RG2006,(46):1–23.

[38] CHEN Q,HUANG N E,RIEMENSCHNEIDER S, XU Y.A B–spline approach for empirical mode decompositions [J].Adv.Comput.Math.2006,(24):171–195.

作者简介:沈毅(1965 –),男,教授,博士,研究方向:智能检测技术、故障诊断、飞行器控制。