

# 车辆半主动悬架的 LQG 控制与仿真研究

朱 华

(汽车管理学院装备技术系,安徽蚌埠 233011)

**摘要:**在建立路面和 1/4 车辆模型的基础上,应用最优控制理论对车辆悬架进行了 LQG 半主动控制,将被动、半主动悬架的车身加速度、悬架动挠度及轮胎动位移指标进行了对比分析。仿真结果表明,采用 LQG 控制的半主动悬架对车辆行驶平顺性和乘坐舒适性具有良好的改善效果。

**关键词:**车辆;半主动悬架;LQG 控制;仿真

中图分类号:U463

文献标识码:A

文章编号:1008-0813(2009)05-0020-04

## Study on LQG Control and Simulation of Automobile Semi-active Suspension

ZHU Hua<sup>1,2</sup> HU Shu-gen<sup>1</sup>

(1.The college of mechanical and energy engineering of Zhejiang University, Hangzhou 310027, China;

2.Dept.of Equipment Technology, Institute of Automobile Management, Bengbu 233011, China)

**Abstract:** A LQG controller of automobile semi-active suspension were designed through the optimal theory, based on a road input model and 1/4 car model.performance indexes, body acceleration,suspension dynamic deflection and tire dynamic travel were compared. The simulation results demonstrated that the semi-active suspension with a LQG controller has good effect on the aspect of improving automobile driving smoothness and riding comfort performance.

**Key Words:** vehicle; semi-active suspension; LQG control; simulation

### 0 引言

悬架系统性能的好坏对车辆的乘坐舒适性和行驶安全性等有着重要的影响。传统的被动悬架系统的刚度和阻尼不能随着车辆载荷、行驶工况以及路面条件等因素的变化而变化,不能很好满足车辆性能改善的需要。

收稿日期:2009-03-12

作者简介:朱华(1977-),男,工程师,硕士,汽车管理学院装备技术系,主要研究方向为机械设计及车辆动力学控制仿真。

半主动悬架具有结构简单、性能可靠等优势,同时控制性能接近主动悬架,因而具有广阔的发展前景<sup>[1]</sup>。

控制方法是半主动悬架研究的关键,在众多控制方法中,具有二次型性能指标的最优控制算法比较成熟,最优控制中的线性二次型 LQG(Linear Quadratic Gaussian)控制算法能够通过给出所需的最优控制指标,确定系统状态变量和控制变量的加权矩阵,以使该控制指标取得最小值。在车辆半主动悬架设计中,LQG

- [14] 人类气动肌肉模型与实验研究[J].天津大学学报 2005(3)第 38卷,第 3 期
- [15] Repperger D W,Johnson K R, Phillips C A. Nonlinear feedback controller design of a pneumatic muscle actuator system[J] Proceedings of the American Control Conference, 1999.
- [16] 李宝仁,刘军,杨钢.气动肌肉系统建模与仿真[J].机械工程学报,2003,39(7):23-28.
- [17] Hesselndtll T,Sarkar K,Patrick P,etal.Neural network Control of a pneumatic robot arm, IEEE Transaction on Systems [J]. MAM and Cybernetics, 1994, 24(1):28-38.
- [18] K OsukAT.Kimura,T.Ono.H $\infty$ Control of a certain nonlinear actuator.Proceedings of the 29 th conferences on decision and control [J]. Honolulu,Hawaii, 1990(1)370-371.
- [19] 张远深,等.McKibben 气动人工肌肉技术的发展历程液压与气动[J].2008(7).
- [20] 宗光华.利用变结构理论实现人工肌肉夹持力控制机器人[J],1990,12(4):15-20.
- [21] 田社平,丁国清,林良明,等.人工肌肉的自适应预测控制[J].仪器仪表学报 2001,22(3)86-87.
- [22] K.Suzumori S. Iikura H. Tanaka. Flexible Microactuator for Miniature Robots Proc.IEEE Micro Elector Mechanical Systems Conf. Nara Japan 1991.
- [23] Michael cowling Andrew Jeffs Nathan Kaesler Stump: A pneumatic muscle actuated bipedal robot
- [24] 韦晓孝.等,一种气动肌肉驱动的偏心夹具[J].液压与气动 2005(10).
- [25] 沈铭.等,气动肌肉连杆增力式夹具的设计[J].制造技术与机床 2005(4).
- [26] Keith E. Gordona, Gregory S. Sawicki, Daniel P. Ferris Mechanical performance of artificial pneumatic muscles to power an ankle - foot orthosis Journal of Biomechanics 39 (2006) 1832 - 1841.
- [27] 隋立明,等.气动技术在康复领域中的应用[J].液压气动与密封 2006(4).

控制方法可以综合考虑车辆悬架系统中多种因素从而达到对车辆性能的改善。

### 1 半主动悬架系统模型的建立

车辆悬架系统是一个多输入多输出系统，为了研究的方便以及更好地与车辆行驶的情况相吻合，本文以 2 自由度 1/4 车辆模型为研究对象。

#### 1.1 路面模型

在分析悬架系统动态特性时，路面模型的建立是一个重要部分。采用一滤波白噪声作为路面输入模型<sup>[2]</sup>，即：

$$\dot{x}_g = -2\pi f_0 x_g + 2\pi \sqrt{G_0 U_0} w \quad (1)$$

式中  $f_0$ ——路面输入的下截止频率；  
 $G_0$ ——路面不平度系数；  
 $U_0$ ——车速；  
 $w$ ——输入白噪声。

#### 1.2 悬架系统模型

建立悬架系统模型如图 1 所示。1/4 车体模型是设计汽车可控悬架控制律最基本的模型，研究来自不平路面激励引起车体的垂直振动都可用 1/4 车体模型表示，它包含了如载荷变化和悬架系统受力的信息的绝大部分基本特征，用这种模型进行分析时，求解容易，计算量小，便于控制，而且对低频激励更有效<sup>[3]</sup>。

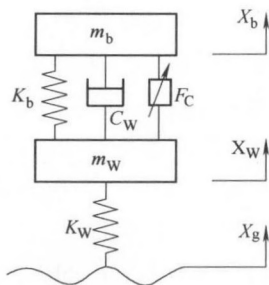


图 1 两自由度半主动悬架

图中  $m_b$ ——簧载质量；  
 $m_w$ ——非簧载质量；  
 $k_b$ ——悬架弹簧等效刚度；  
 $k_w$ ——轮胎等效刚度；  
 $F_c$ ——减震器可变阻尼力；  
 $C_w$ ——悬架等效阻尼。

根据牛顿运动定律，建立 2 自由度半主动悬架系统的动力学方程：

$$m_w \ddot{x}_w - c_w (\dot{x}_w - \dot{x}_b) - k_b (x_b - x_w) + k_w (x_w - x_g) + F_c = 0 \quad (2)$$

$$m_b \ddot{x}_b - c_b (\dot{x}_w - \dot{x}_b) + k_b (x_b - x_w) - F_c = 0 \quad (3)$$

式中  $x_b$ ——簧载质量垂向位移；

$x_w$ ——非簧载质量垂向位移；

$x_g$ ——路面激励。

结合(1)、(2)和(3)式，将系统运动方程和路面激励方程写成矩阵形式，选择状态变量  $X = [x_b, \dot{x}_w, x_b, \dot{x}_w, x_g]^T$ ，可得系统的状态方程为： $\dot{X} = AX + BF + HW$ ， $w$  为高斯白噪声输入矩阵；选择轮胎动位移、悬架动挠度和车身加速度为系统的输出变量，则有： $Y = [(x_w - x_g), (x_b - x_w), \ddot{x}_w]^T$ ；输出方程为： $Y = CX + DF$ ，式中：

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{K_b}{m_b} & \frac{K_b}{m_b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{K_b}{m_b} & -\frac{K_w - K_b}{m_w} & \frac{K_b}{m_b} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2\pi f_0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{K_b}{m_b} \\ \frac{K_b}{m_b} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{K_b}{m_b} & \frac{K_b}{m_b} & 0 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2\pi \sqrt{G_0 U_0} \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ m_b \end{bmatrix}$$

在 Matlab/Simulink 下建立 LQG 控制半主动悬架仿真模型，如图 2 所示。

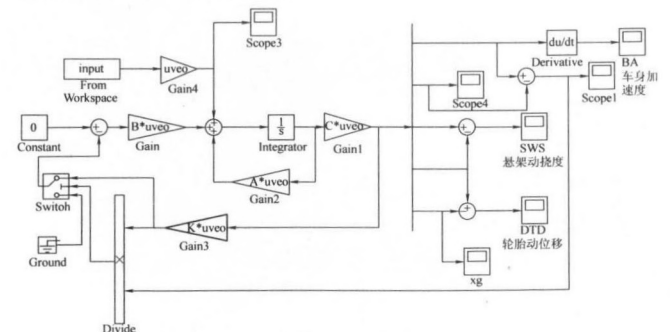


图 2 LQG 控制半主动悬架仿真模型

## 2 LQG 控制器设计

在车辆悬架设计中，代表悬架性能的主要性能指标<sup>[4]</sup>是车身加速度、轮胎动位移和悬架动挠度。因此，LQG 控制器设计中的目标性能评价函数 J 即为车身加

速度、轮胎动位移和悬架动挠度加权平方和的积分值:

$$J = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [q_1(x_w - x_g)^2 + q_2(x_b - x_0)^2 + \rho \dot{x}_b^2] dt$$

式中  $(x_w - x_g)$ ——轮胎动位移(DTD);

$(x_b - x_0)$ ——悬架动挠度(SWS);

$\dot{x}_b$ ——车身加速度(BA);

$q_1, q_2, \rho$ ——分别是加权系数。

最优控制力:

$$F_c = -KX = -[k_1 \dot{x}_b, k_2 \dot{x}_w, k_3 x_b, k_4 x_w, k_5 x_g]$$

当确定车辆参数和加权系数后, 最优控制反馈增益矩阵  $K$  可由下面的 Riccati 方程<sup>[5]</sup>求出:

$$AK + KA^T + Q - KBR^{-1}B^TK + HWH^T = 0,$$

取加权系数矩阵:

$$[q_1, q_2, \rho] = [50\ 000, 100, 1]$$

根据前面所建立的系统状态方程及性能优化指标函数, 并利用已知矩阵  $A$ 、 $B$ 、 $Q$ 、 $R$ 、 $N$ , 调用最优线性二次控制器设计函数 LQR, 其基本格式为:  $[K \ S \ E] = \text{lqr}(A, B, Q, R, N)$

式中  $S$ ——Riccati 方程的解;

$E$ ——系统特征值。

### 3 仿真结果与分析

建立仿真条件。车辆参数:  $m_b = 320\text{kg}$ ,  $m_w = 40\text{kg}$ ,  $K_b = 16\ 000\text{N/m}$ ,  $K_w = 150\ 000\text{N/m}$ ,  $G_0 = 5.0e^{-6}\text{m}^2/\text{m}^3$ ,  $U_0 = 20\text{m/s}$ ,  $f_0 = 0.1\text{m}^{-1}$ , 采样时间设定为  $0.005\text{s}$ 。根据上面所设计的 LQG 控制器和仿真模块图, 对被动悬架、LQG 控制半主动悬架模型进行了仿真, 并对车身加速度、悬架动挠度、轮胎动位移的均方根值等悬架评价指标进行了对比, 相应的仿真结果图如图 3~图 6 所示, 性能对比如表 1 所示。

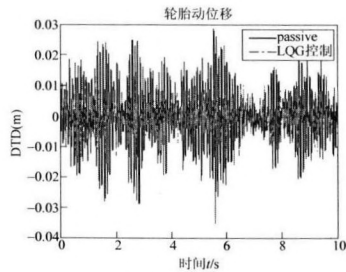


图 3 轮胎动位移

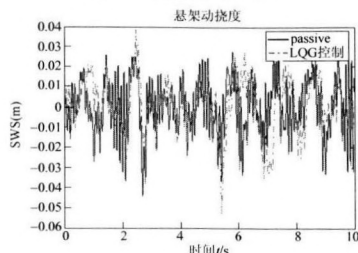


图 4 悬架动挠度

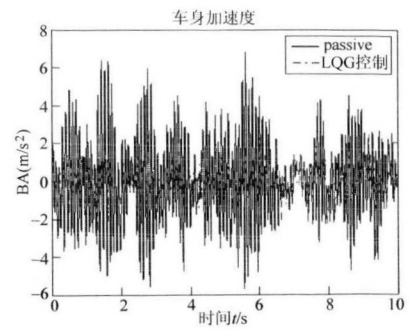


图 5 车身加速度

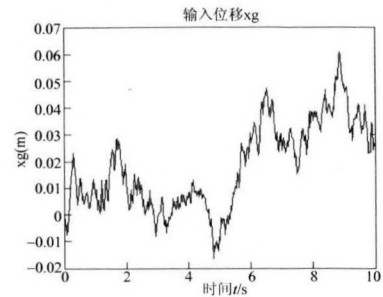


图 6 路面激励

表 1 仿真结果比较

性能指标	车身加速度均方根值 (最大值) / $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$	悬架动挠度均方根值 (最大值) / $\text{m}$	轮胎动位移均方根值 (最大值) / $\text{m}$
被动	2.1900 (6.5286)	0.0151 (0.0521)	0.0100 (0.0254)
LQG 控制	1.0193 (3.4214)	0.0139 (0.0380)	0.0054 (0.0166)

从上述仿真结果图表得出, 基于 LQG 控制的半主动悬架的车身加速度(BA)、悬架动挠度(SWS)和轮胎动位移(DTD)性能相比被动悬架有明显的改善, 尤其是作为车辆乘坐舒适性重要指标的车身加速度值在 LQG 控制作用下比被动悬架有较大的降低, 由 2.1900 下降到 1.0193。由表 1 数据计算可得出 LQG 控制的车身加速度、悬架动挠度和轮胎动位移的均方根值分别下降了 53.46%、7.95%、46.0%, 最大值分别下降了 47.59%、27.06%、34.65%。说明本文采用的 LQG 控制是行之有效的。

### 4 结束语

本文对 2 自由度 1/4 车体模型的半主动悬架进行了随机最优控制算法的研究。通过对 LQG 控制器的仿真研究表明, 具有 LQG 控制器的半主动悬架可以有效地降低车身垂向加速度、悬架动挠度和轮胎动位移, 较好地改善了车辆的乘坐舒适性和操纵稳定性。

#### 参 考 文 献

- [1] Rabinow J. The Magnetic Fluid Clutch[M]. ATEE Trans, 1948,67:1308-1315.
- [2] Choi S B, ee H S.  $\infty$ Control Performance of a Full-Vehicle Suspension Featuring Magnetorheological Dampers [J]. Vehicle System Dynamics, 2002,8(5).

# 变量泵-定量马达容积调速系统优化研究

邓克

(安徽工业大学机械工程学院, 安徽马鞍山 243002)

**摘要:**在对变量泵-定量马达容积调速系统数学建模的基础上,用广义误差平方积分(GISE)准则对系统进行优化,具体分析了系统各参数对控制性能的影响,为系统设计、性能研究及应用提供了理论依据。

**关键词:**容积调速系统;优化;数学模型

中图分类号:TH137

文献标识码:B

文章编号:1008-0813(2009)05-0023-03

## Optimization and Study on Variable Displacement Pump-Fixed Displacement Motor Volume Speed-modulating System

DENG Ke

(Anhui University of Technology, School of Mechanical Engineering, Ma'anshan 243002, China)

**Abstract:** On the base of establishing the mathematical model of the variable displacement pump-fixed displacement motor volume speed-modulating system, for offering the theoretical basis to the system design and characters study and actual application, the GISE criterion is used to optimize the system and the influence of parameters are analyzed.

**Key Words:** volume speed-modulating system; optimization; mathematical model

### 0 前言

工程实际中广泛使用变量泵-定量马达液压容积调速系统<sup>[1]</sup>,因而对其进行性能分析特别是优化研究,对于系统的设计及应用具有十分重要的理论和实际意义。

### 1 容积调速系统原理

变量泵-定量马达液压容积调速系统的原理如图1所示。在变量泵的输入转速  $n_p$ 、马达的排量  $D_m$  一定的情况下,通过改变变量泵的排量  $D_p$ ,达到调节马达输出转速  $n_m$  的目的,见式(1):

$$n_m = \frac{n_p D_p}{D_m} \quad (1)$$

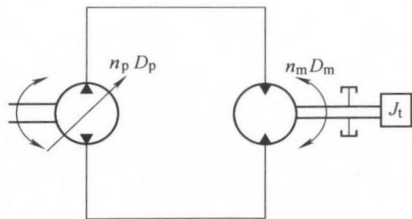


图1 变量泵-定量马达容积调速系统原理图

收稿日期:2009-03-18

作者简介:邓克(1973-),男,安徽马鞍山市人,讲师,工学硕士,主要研究方向为液压控制技术。

- [3] 李克强,董珂,永井正夫.多自由度车辆模型主动悬架及鲁棒控制[J].汽车工程,2003,25(1):7-11.
- [4] Dave Crolla,喻凡.车辆动力学及其控制[M].北京:人民交通出版社,2004.
- [5] S. B. Choi. Vibration Control of a Semi-active Suspension Featuring Electro-rheological Fluid Dampers[J]. Jour-

nal of Sound and Vibration,2000,234(3).

### 2 建立系统数学模型

为便于理论分析,作如下假设:泵转速恒定,忽略脉动、管道压力损失、马达摩擦力矩等非线性因素,油液黏性不变,回油路压力为零,泄漏为层流<sup>[2]</sup>。

变量泵的流量连续性方程:

$$Q_p(s) = K_{dp} n_p \phi_p(s) - C_{tp} p_1(s) \quad (2)$$

式中  $Q_p$ ——泵的输出流量;

$K_{dp}$ ——泵的排量梯度;

$\phi_p$ ——泵的偏角;

$C_{tp}$ ——泵的总泄漏系数;

$p_1$ ——出油(高压)侧油腔压力。

变量泵高压腔的流量连续性方程:

$$Q_p(s) = C_{tm} p_1(s) = D_m s \theta_m(s) + \frac{V_0}{\beta_e} s p_1(s) \quad (3)$$

式中  $C_{tm}$ ——马达的总泄漏系数;

$\theta_m$ ——马达轴转角;

$V_0$ ——高压油腔总容积;

$\beta_e$ ——油液等效体积弹性模量。

马达和负载的力矩平衡方程:

$$D_m p_1(s) = (J s^2 + B_m s + G) \theta_m(s) + T_l(s) \quad (4)$$

- [6] 杨非,雷金柱.基于 AMESim 的工程车辆液压悬架系统仿真[J].液压气动密封:2008(2):31-34.

- [7] 胡景煌.汽车主动悬架的最优控制研究[J].客车技术,2008(5):18-22.