

# 一种考虑温度和压缩性影响的压后压力降落数值模型

敖西川<sup>1</sup>, 吴 芒<sup>2</sup>, 郭建春<sup>1</sup>

(1 西南石油学院石油工程学院 2 四川石油局钻采工艺技术研究院)

**摘 要:** 可压缩流体压裂测试压力动态分析已经得到很大的发展, 模型从二维发展到三维, 方法也从解析解发展到数值解, 使得压力动态模拟结果更准确, 更符合实际情况。文中在前人研究的基础上给出了一考虑温度和压缩性影响的模拟温度和压力动态的二维数值模型。关井前, 利用数值解和 PKN 模型的近似解来计算裂缝几何参数; 关井后, 采用线弹性理论通过模拟压力计算裂缝宽度。

**关键词:** 水力压裂; 压力降落; 数学模型

中图分类号: TE 319 文献标识码: A 文章编号: 1006-768X(2003)05-0037-03

Nolte<sup>[1]</sup>于 1979 年首次提出了小型压裂测试压力降落的分析方法, 假设在关井后的裂缝闭合阶段压裂液是不可压缩的。在该方法中, 净压力的降落与时间的平方根成线性关系, 从而由  $\Delta P$  与  $t^{1/2}$  的曲线图版可以确定滤失系数。

然而, 在复杂油藏条件下使用该技术时, 却面临了新的困难。当其运用到高温井时, 以前分析中的等温假设严重不满足实际情况, 压裂液在关井后由于周围高温地层造成压裂液温度明显上升。此外, 泡沫压裂已经成为一种广泛使用的新的增产技术并取得明显的效果。由于泡沫压缩性和膨胀性的影响, 使得压裂过程的模拟更加复杂, 最初假设压裂液是不可压缩的也与实际相差太远。结果是该分析方法导致滤失系数的确定产生较大误差。

Soliman<sup>[2]</sup>提出了考虑压裂液压缩性和关井后裂缝温度变化影响的分析方法。但该方法只是分别考虑二者的影响, 而没有将二者作为一个整体综合考虑。该方法要求裂缝温度的变化率需单独确定, 因此, 必须测试关井阶段的井底温度。

本文在前人研究的基础上, 给出一考虑温度和压缩性影响的压裂压力递减分析模型。由于压裂液的压缩性在注入阶段对压力的影响有限, 因此关井前裂缝温度和地层温度的分布计算, 可以假设为不可压缩压裂液通过能量守恒方程得到。裂缝的几何尺寸, 缝宽  $w$  和缝长  $L$  同样也可以通过近似解析解或 PKN 模型数值解计算得到。关井后, 裂缝和地层的温度方程、裂缝压力方程以及限定裂缝宽度的岩

石力学方程需进行数值求解。对于可压缩流体, 在推导关井后方程时还使用了状态方程。

压力和温度数值模拟的原则是物质平衡和能量守恒。压力方程是建立在物质平衡基础上的, 而温度方程则是建立在能量守恒基础上的。关井前的压力分布用 PKN 模型计算得到; 关井后, 压力方程和温度方程通过裂缝宽度  $w$  联系起来。同时求解两个方程, 从压力方程和温度方程迭代得到裂缝宽度。

## 温度方程

### 1. 地层中的温度方程

注入阶段和关井后的温度方程都是建立在能量守恒基础上的, 但在关井前, 压裂液是假设为不可压缩的。同时在地层中假设沿裂缝延伸方向无热传递; 由于流体滤失进地层造成的热传递只出现在边界, 可以忽略不计, 如图 1 所示。因此, 热传递在形式上只是一维传导, 可以直接引入 Laplace 热传递方程来描述注入和关井阶段地层中的温度动态。

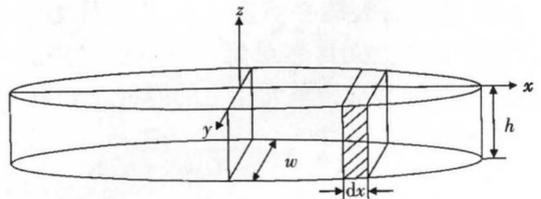


图 1

$$\frac{\partial T_f}{\partial t_1} = \frac{K_f}{\rho_f C_{pf}} \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} \quad (1)$$

收稿日期: 2003-05-06

作者简介: 敖西川(1978-), 在读硕士, 现从事油气藏开采和增产技术等方面的研究。地址: (610500) 四川新都西南石油学院研究生院, 电话: (028)83033963。

式中:  $T_f$ —地层温度;  $K_f$ —岩石热导率;  
 $\rho_f$ —岩石密度;  $C_{PF}$ —岩石热容。

由于热传递形式不同, 裂缝中的温度方程分为两个阶段分别考虑: 关井前和关井后。

### 2. 关井前裂缝中的温度方程

假设关井前裂缝在宽度方向上的温度为一常量, 在延伸方向上无热传导。由裂缝中单元体上的能量守恒和压裂液的体积平衡得到

$$-u_A w \rho_F C_{PF} \frac{\partial T}{\partial x} + 2K_f \left[ \frac{\partial T_f}{\partial y} \right]_{y=0} = w \rho_F C_{PF} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2)$$

用注入速度和滤失速度来代替流体速度

$$u_A(x, t) wh = \frac{i}{2} - 2h \int_0^x \frac{C}{\sqrt{t-t_0}} dx \quad (3)$$

将式(3)代入式(2)整理得到关井前裂缝中温度方程

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \left[ \frac{i}{2wh} - \frac{2}{w} \int_0^x \frac{C}{\sqrt{t-t_0}} dx \right] \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{2K_f}{w \rho_F C_{PF}} \times \left( \frac{\partial T_f}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (4)$$

式中:  $w$ —平均裂缝宽度;  $h$ —裂缝高度;

$u_A$ —流体流量;  $\rho_F$ —流体密度;

$C_{PF}$ —流体的热容;  $T$ —是流体温度;

$C$ —流体滤失系数;

$t_0$ —裂缝到达任意位置  $x$  的时间;

$i$ —注入速度。

方程(1)和(4)的边界条件和初始条件为:

$$T = T_I \quad x = 0$$

$$T = T_f \quad y = 0$$

$$T_f = T_R \quad y = \infty$$

$$T_f = T = T_R \quad t = 0$$

式中:  $T_I$ —井筒中的注入温度;

$T_R$ —油藏温度。

### 3. 关井后裂缝中的温度方程

假设关井后裂缝在宽度方向上的温度为一常量, 在延伸方向上无自然对流。类似于关井前的推导过程, 关井后裂缝中单元体上的能量守恒为:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{K_F}{\rho_F C_{PF}} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{K_F}{w \rho_F C_{PF}} \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{2K_f}{w \rho_F C_{PF}} \left( \frac{\partial T_f}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (5)$$

式中:  $K_F$ —流体的热导率。

式(5)的边界条件为:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad x = 0$$

$$T = T_R \quad x = L$$

$$T = T_f \quad y = 0$$

$$T_f = T_R \quad y = \infty$$

式(5)的初始条件是式(4)在关井时刻的解。

## 压力方程

假设地层为线弹性状态, 在注入阶段, 不管裂缝几何尺寸如何, 其宽度是位置的函数, 即为净压力的函数。关井前的压力分布与裂缝宽度  $w$  的关系为:

$$\Delta P = \frac{\pi G}{4(1-\nu)h} w \quad (6)$$

式中:  $\Delta P$ —裂缝中的净压力;

$G$ —切变模量;

$\nu$ —地层的泊松比。

式(6)可以用来确定关井后压力方程的初始情况。

关井后的压力方程是建立在垂直裂缝中可压缩流体单元体的物质平衡基础上的。物质平衡的数学表达式为:

$$-2\rho_F u_N = \rho_F \frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial \rho_F}{\partial t} \quad (7)$$

由于关井后压裂液压缩性和膨胀性对净压力降落有影响, 本文与以前研究发表的文章有所不同的是在式子右边第三项中考虑了压裂液的压缩性。为此, 引入状态方程来描述压力和压裂液密度之间的关系。对于可压缩流体, 状态方程为:

$$\frac{\partial V}{V} = (\beta \partial T - \kappa \partial P) \quad (8)$$

又

$$\rho_F = \frac{1}{V} \quad (9)$$

整理得到:

$$\frac{\partial \rho_F}{\partial t} = \frac{1}{V} \left[ \kappa \frac{\partial P}{\partial t} - \beta \frac{\partial T}{\partial t} \right] \quad (10)$$

式中:  $\beta$ —流体的体积膨胀系数;

$\kappa$ —流体的等温压缩系数;

$V$ —流体的比容。

假设关井后岩石力学中的弹性理论仍然有效, 最后得到微可压缩流体的压力方程:

$$-\frac{2C}{\sqrt{t-t_0}} = \frac{\pi(1-\nu)}{4G} h \frac{\partial \Delta P}{\partial t} + \frac{\pi(1-\nu)}{4G} h \Delta P \times \left( \kappa \frac{\partial P}{\partial t} - \beta \frac{\partial T}{\partial t} \right) \quad (11)$$

热特性参数  $\beta$  和  $\kappa$  由所使用的不同流体来确定。通过状态方程很容易证明对于不可压缩流体,  $\beta = 0, \kappa = 0$ ; 对于微可压缩流体,  $\beta = \text{常数}, \kappa = \text{常数}$ ; 对于泡沫特征值为  $x_g$  的泡沫:

$$\kappa = \frac{x_g \rho_F}{\rho_g} \frac{1}{P}$$

$$\beta = \frac{x_g \rho_F}{\rho_g} \frac{1}{T}$$

式中： $\rho_g$ —气体密度。对于高可压缩流体， $\beta$ 和 $\kappa$ 是泡沫特征值、温度和压力的函数，因此，随着关井时间而变化。当流体温度变化时，可压缩流体的膨胀性将影响压力动态。

压力方程的初始条件可以通过使用 PKN 模型计算裂缝在关井时刻的平均压力分布而得到，边界条件为：

$$\frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad x = 0$$

### 模型求解

关井后的温度和压力的数值模拟计算需要同时计算式(1)、式(5)、式(6)、式(11)。求解步骤为：

- (1) 假设一裂缝宽度  $w$ ；
- (2) 通过式(1)和式(5)计算  $T$  和  $T_f$ ；

(3) 通过式(11)计算  $P$ ；

(4) 通过式(7)再计算裂缝宽度  $w$ ；

(5) 重复以上步骤直到计算的  $w$  与假设满足误差要求为止。

### 参考文献

- [1] Nolte, K. G. . Determination of Fracture Parameters From Fracturing Pressure Decline, paper SPE 8341 (1979)
- [2] Soliman, M. Y. . Technique for Considering Fluid Compressibility and Temperature Changes in Mini - Frac Analysis, SPE 15370 (1986)
- [3] 郭大立,等. 压裂后压降分析的三维模型和数学拟合方法,天然气工业,2001(5)
- [4] 郭建春,等. 压裂压力递减分析三维模型与应用.天然气工业,2003(2)
- [5] 王鸿勋. 水力压裂原理.北京:石油工业出版社,1987

(编辑:黄晓川)

## 欢迎订阅 2004 年《钻井液与完井液》

《钻井液与完井液》于 1983 年 12 月创刊,由中国石油天然气集团公司主管,华北石油管理局和华北油田分公司主办,华北石油管理局钻井工艺研究院编辑出版,双月刊,逢单月末出版。报道内容包括钻井液、完井液、酸化液、压裂液、修井液、射孔液、油井水泥浆等方面的科研生产新成果、新技术。读者对象以中级技术人员为主,兼顾高级和初级技术人员。读者遍及石油、地质、煤炭、化工、水电、冶金等行业。

《钻井液与完井液》是中国石油天然气集团公司优秀科技期刊、获第二届全国优秀科技期刊评比二等奖期刊、中国期刊方阵“双百”期刊、中文核心期刊、“中国科技论文统计与分析”统计源期刊、美国《石油文摘》(Petroleum Abstract)和《中国石油文摘》正常收录科技期刊。

根据国家规定和上级管理部门要求,期刊发行销售须照章纳税。《钻井液与完井液》订阅费加收增值税,每期定价 12.5 元(含税),全年 75 元(含税)。现已开始征订,欢迎新老读者订阅。

读者可通过银行将订阅款汇入指定帐号,但中间环节多,常因收款不及时而耽误寄发,因此,读者最好通过邮局直接汇款到编辑部,汇款时请将订阅单寄回。

为保证读者能及时收到刊物,我们将一律实行挂号邮寄,邮挂费由编辑部负担。

地址:河北省任丘市 19 号信箱钻井工艺研究院《钻井液与完井液》编辑部(062552)

户名全称:华北石油管理局

广告许可证:1309034000136

开户银行:河北省任丘市华油工行

帐号:0408004009221006977 - 03892

电话:(0317)2725487

传真:(0317)2724527

电子信箱:dfcfed@petro-hb.com.cn

国内统一刊号:CN13-1118/TE

国际标准刊号:ISSN 1001-5620