

YS

中华人民共和国有色金属行业标准

YS/T 437—2000

铝型材截面几何参数算法 及计算机程序要求

2000-10-25 发布

2001-03-01 实施

中国有色金属工业协会 发布

前 言

型材截面几何参数是铝型材设计、生产、使用中不可缺少的基本参数,手工计算十分复杂,采用计算机计算则没有统一算法,且各种程序的计算结果不尽相同,所包括的参数种类也有出入。为规范型材截面几何参数的类型和定义,规定相应的计算机算法,特制定本标准。

作为方法类标准,本标准给出的算法没有排他性,只说明其适用性和可靠性,以满足生产和工程实际应用需要。

按本标准算法编制的《铝型材截面几何性质分析程序》,经过对1000余种截面的实际运算,其精度、速度和可靠性已经得到验证,于1990年通过洛阳有色金属加工设计研究院科技处技术鉴定,于1993年通过河南省科学技术委员会技术鉴定,同年获“河南省高新技术产品”证书。由该程序求得的各种型材截面参数,已编入《门窗用铝型材截面及几何参数图集》(94SJ714)和《铝合金玻璃幕墙》(97SJ103),在挤压工艺、模具设计、阳极氧化工艺,以及铝合金门窗和玻璃幕墙工程中获得广泛应用。

本标准的附录A是提示的附录。

本标准由中国有色金属工业标准计量质量研究所提出。

本标准由中国有色金属工业标准计量质量研究所归口。

本标准由洛阳有色金属加工设计研究院起草。

本标准主要起草人:赵解扬、杨仲连、王俊才、阎保强、张留喜。

铝型材截面几何参数算法
及计算机程序要求

1 范围

本标准规定了铝合金型材截面几何参数的术语、符号、计算方法及计算机程序要求。

本标准适用于建筑等行业用铝合金型材的生产和设计。

2 术语和符号

本标准采用以下术语和符号。其中，“型材横截面”和“任意平面图形”在此具有相同含义；某图形（面积）到某轴的距离，特指图形形心到该轴的距离。

2.1 面积(A) area

型材横截面面积。

2.2 外周长(P) peripheral length

型材横截面外周长。

2.3 形心位置(X_c, Y_c) centroid

型材横截面相对于某一参考坐标系的形心坐标。

2.4 惯性矩(J_{Ax}, J_{Ay}) inertia moment

任意平面图形的面积与它到某参考坐标轴距离平方的乘积，称为该图形对相应坐标轴的惯性矩。

2.5 惯性积($J_{Ax, Ay}$) inertia product

任意平面图形的面积与它到某参考坐标系两个坐标轴距离的乘积，称为该图形对相应坐标系的惯性积。

2.6 形心惯性矩(J_{Ax_c}, J_{Ay_c}) inertia moment to centroid

任意平面图形对形心轴(X_c 轴、 Y_c 轴)的惯性矩。主要用于型材构件在外力作用下的弯矩、剪力、挠度的计算，是最重要的截面参数之一。

2.7 静矩(S_{Ax}, S_{Ay}) static moment

任意平面图形的面积与它到某参考坐标轴距离的乘积，称为该图形对相应坐标轴的静矩。

2.8 形心静矩($S_{\frac{1}{2}Ax}, S_{\frac{1}{2}Ay}$) static moment to centroid

任意平面图形形心轴(X_c 轴)上方或(Y_c 轴)右侧面积与它到相应形心轴距离的乘积。主要用于型材构件在外力作用下的弯曲剪应力的计算和校核。

2.9 偏转角(ϕ_0) angle of deflection

通过截面形心，令形心轴(X_c 轴)在 $0 \sim \pi$ 区间内旋转，若偏转角为 ϕ_0 时，截面的形心惯性矩最小，则对应的形心轴称为主形心惯性轴。主形心惯性轴的位置反映了型材最容易发生挠曲变形的位

2.10 惯性半径(i_x, i_y) inertia radius

$\sqrt{J_{Ax}/A}$ 和 $\sqrt{J_{Ay}/A}$ 分别称为型材截面图形对 X_c 轴和 Y_c 轴的惯性半径。

2.11 抗弯截面模量(W_x, W_y) section modulus of bending

J_{Ax_i}/Y_{max} 和 J_{Ay_i}/X_{max} , 即形心惯性矩与截面上最远点到形心轴距离之比, 称为该方向的抗弯截面模量。 W_x 与 W_y 的大小反映了型材截面在该方向上的抗弯能力。

3 截面几何参数计算方法

3.1 计算原理

通过化简, 把复杂的型材截面几何性质问题转化为最终求有限多个三角形几何性质问题, 使之在满足精度要求的前提下, 适合计算机求解。化简路径为: 空心型材 → 实心型材 → 一般多边形 → 三角形。

如图 1, 将多边形分解成具有某一共同顶点 (X_0, Y_0) 的有限多个三角形。计算每个三角形的各种几何参数, 通过简单求和确定多边形的几何参数。

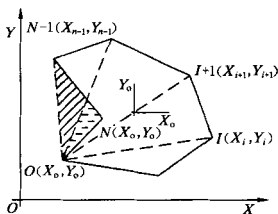


图 1 一般多边形

这样求得的各三角形面积 A_i 及其相对于起始点 (X_0, Y_0) 的惯性矩 J_{Ax_i} 和 J_{Ay_i} 具有正负两种结果。当 $O, I, I+1$ 三点 ($I=1, N-2$) 构成的三角形呈逆时针转向时, 计算值为正, 反之则为负。

当将一个 N 边形分解成具有某一共同顶点的 $N-2$ 个三角形, 并进行几何性质累加时, 多边形中的凹、凸部位自动实现正负相抵 (见图 1 阴影部分), 确保最终结果的正确。

按本标准规定的计算方法计算的截面几何参数误差分析见附录 A。

3.2 三角形几何参数的计算方法

如图 2 所示。

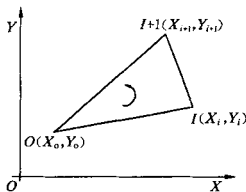


图 2 三角形

3.2.1 面积

$$A_i = \frac{1}{2} [(x_i - x_0)(y_{i+1} - y_0) - (y_i - y_0)(x_{i+1} - x_0)] \dots\dots\dots (1)$$

3.2.2 形心位置

$$X_{A_i} = \frac{1}{3} (x_i + x_{i+1} + x_0) \dots\dots\dots (2)$$

$$Y_{A_i} = \frac{1}{3} (y_i + y_{i+1} + y_0) \dots\dots\dots (3)$$

3.2.3 对起始点 (即共同顶点) 的惯性矩

$$J_{Ax_i} = \frac{A_i}{6} [(y_i - y_0)^2 + (y_i - y_0)(y_{i+1} - y_0) + (y_{i+1} - y_0)^2] \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$J_{Ay_i} = \frac{A_i}{6} [(x_i - x_0)^2 + (x_i - x_0)(x_{i+1} - x_0) + (x_{i+1} - x_0)^2] \quad \dots\dots\dots(5)$$

3.2.4 对起始点的惯性积

$$J_{Ax_i y_i} = \frac{A_i}{12} (x_i + x_0)(y_i + y_0) + (x_{i+1} + x_i)(y_{i+1} + y_i) + (x_0 + x_{i+1})(y_0 + y_{i+1}) \quad \dots\dots\dots(6)$$

3.3 多边形几何参数的计算方法

3.3.1 面积

$$A = \sum_{i=1}^{N-2} A_i \quad \dots\dots\dots(7)$$

3.3.2 外周长

$$P = \sum_{i=1}^N \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2} \quad \dots\dots\dots(8)$$

其中 $N+1$ 点即为起始点 (x_0, y_0) 。

3.3.3 形心位置

$$X_c = \frac{S_{Ay}}{A} = \frac{\sum_{i=1}^{N-2} X_{A_i} \cdot A_i}{A} \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$Y_c = \frac{S_{Ax}}{A} = \frac{\sum_{i=1}^{N-2} Y_{A_i} \cdot A_i}{A} \quad \dots\dots\dots(10)$$

式中 S_{Ay} 和 S_{Ax} 分别为截面对 Y 轴和 X 轴的静矩。

3.3.4 形心惯性矩

$$J_{Ax_c} = \sum_{i=1}^{N-2} J_{Ax_i} - A \cdot (y_c - y_0)^2 \quad \dots\dots\dots(11)$$

$$J_{Ay_c} = \sum_{i=1}^{N-2} J_{Ay_i} - A \cdot (x_c - x_0)^2 \quad \dots\dots\dots(12)$$

3.3.5 形心惯性积

$$J_{Ax_c y_c} = \sum_{i=1}^{N-2} J_{Ax_i y_i} - A(y_A - y_0)(x_A - x_0) \quad \dots\dots\dots(13)$$

3.3.6 形心静矩

由静矩性质可知,截面图形对形心轴的静矩等于零。并且,在形心轴 X_c 的上方和下方, Y_c 的左侧和右侧,静矩值大小相等,符号相反。若把参考坐标系移到 X_c 和 Y_c 处,可求得半边图形对形心轴的静矩:

$$S_{\frac{1}{2}Ax} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-2} A_i \cdot |y_{A_i}| \quad \dots\dots\dots(14)$$

$$S_{\frac{1}{2}Ay} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-2} A_i \cdot |x_{A_i}| \quad \dots\dots\dots(15)$$

3.3.7 偏转角

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 2\Phi_0 &= -\frac{2J_{Ax_c y_c}}{J_{Ax_c} - J_{Ay_c}} \\ \Phi_0 &= \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2J_{Ax_c y_c}}{J_{Ax_c} - J_{Ay_c}} + (k-1) \frac{\pi}{2} \quad (k=0,1) \quad \dots\dots\dots(16) \end{aligned}$$

3.3.8 惯性半径

$$i_x = \sqrt{\frac{J_{A_x}}{A}} \dots\dots\dots (17)$$

$$i_y = \sqrt{\frac{J_{A_y}}{A}} \dots\dots\dots (18)$$

3.3.9 抗弯截面模量

$$W_x = \frac{J_{A_x}}{|y_{\max}|} \dots\dots\dots (19)$$

$$W_y = \frac{J_{A_y}}{|x_{\max}|} \dots\dots\dots (20)$$

式中 y_{\max} 和 x_{\max} 分别为截面图形上最远点到 x_c 轴和 y_c 轴的距离。

3.4 型材截面圆弧曲线段的处理

如果截面轮廓中出现圆弧曲线段,则沿曲线路径抽取足够多个“样点”,并以这些样点连成的折线近似代替原曲线。

由于型材截面中非圆曲线极少,故本标准仅规定圆弧曲线段的处理方法。对非圆曲线,可参照同类方法处理。

如图 3,将每个单位弧长分割成 m 等分,整个弧长 l 将被分割为 $l \cdot m = n$ 等分。则弧上任意分割点 $P_j(x_j, y_j)$ 到圆心 P_0 的连线与 X 轴的夹角为:

$$\psi_j = \psi_i + \frac{\psi_{i+1} - \psi_i}{n} \cdot j \quad (j = 1, n - 1) \dots\dots\dots (21)$$

式中:
$$\psi_i = \arctg \frac{y_i - y_0}{x_i - x_0} + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{x_i - x_0}{|x_i - x_0|} \cdot \left[\frac{x_i - x_0}{|x_i - x_0|} - 1 \right] \dots\dots\dots (22)$$

$$\psi_{i+1} = \arctg \frac{y_{i+1} - y_0}{x_{i+1} - x_0} + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{x_{i+1} - x_0}{|x_{i+1} - x_0|} \cdot \left[\frac{x_{i+1} - x_0}{|x_{i+1} - x_0|} - 1 \right] \dots\dots\dots (23)$$

图中任意分割点 P_j 的坐标为:

$$X_j = X_0 + r \cdot \cos\psi_j \dots\dots\dots (24)$$

$$Y_j = Y_0 + r \cdot \sin\psi_j \dots\dots\dots (25)$$

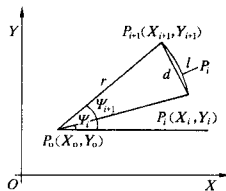


图 3 弧段分割

3.5 型材截面“空心”图形处理

当截面图形出现“空心”情况,即为多重轮廓嵌套时,应分别求出各轮廓的面积、周长、惯性矩、惯性积和形心位置,并按以下方法合成。最后由这些基本几何性质确定其他几何性质。

3.5.1 面积

$$A = A_n - \sum_{i=1}^M A_{n_i} \dots\dots\dots (26)$$

式中: M ——轮廓数目(下同)。

3.5.2 惯性矩

$$J_X = J_{X_{A_n}} - \sum_{i=1}^M J_{X_{A_i}} \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$J_Y = J_{Y_{A_n}} - \sum_{i=1}^M J_{Y_{A_i}} \quad \dots\dots\dots (28)$$

3.5.3 惯性积

$$J_{XY} = J_{X_{A_n}Y_{A_n}} - \sum_{i=1}^M J_{X_{A_i}Y_{A_i}} \quad \dots\dots\dots (29)$$

3.5.4 形心位置

$$X_A = \frac{A_n \cdot X_{A_n} - \sum_{i=1}^M A_{A_i} \cdot X_{A_{A_i}}}{A} \quad \dots\dots\dots (30)$$

$$Y_A = \frac{A_n \cdot Y_{A_n} - \sum_{i=1}^M A_{A_i} \cdot Y_{A_{A_i}}}{A} \quad \dots\dots\dots (31)$$

4 对计算机程序的要求

用于铝型材截面几何参数计算的计算机程序,应符合以下质量要求。

4.1 功能性

- 4.1.1 能够计算本标准第 2 章规定的全部截面几何参数。
- 4.1.2 至少能用于含 2 个内轮廓的“空心”型材截面的计算。
- 4.1.3 用解析法(精确解)和计算机算法(近似解)求得的各种截面参数,两者的相对误差不大于万分之一。

4.2 可靠性

- 4.2.1 经 500 个以上截面实际计算,证明计算结果正确、可用,程序是成熟的。
- 4.2.2 对误操作、非法和临界输入数据有较强的容错能力。
- 4.2.3 计算 100 个不同截面,最多允许有 1 次出现意外中断或“死机”,且系统容易恢复使用。

4.3 易使用性

- 4.3.1 原始数据用直观、准确的图形方式输入,结果数据用规范、可读的表格或文字方式输出。
- 4.3.2 操作界面友好,并具备错误提示和帮助功能。

4.4 效率

- 4.4.1 在当时的计算机硬件和软件条件下,用于截面计算和结果显示的时间不应有明显等待的感觉。
- 4.4.2 程序占用系统资源少,可挂接在通用绘图平台上随时调用。

4.5 可维护性

- 4.5.1 程序编制符合结构化设计原则。
- 4.5.2 具备良好的注解和书写格式,使程序易于分析。
- 4.5.3 程序能稳定运行且经过严格测试。在相同资源环境下获得严格一致的计算结果。

4.6 可移植性

- 4.6.1 程序能在 2 种以上常用操作系统上运行。
- 4.6.2 程序能在当时常见的计算机硬件上方便地安装、使用。
- 4.6.3 程序易于升级且计算结果保持前后严格一致。

附录 A

(提示的附录)

截面参数算法误差分析

A1 面积误差

A1.1 截面图形中的直线段不会产生面积计算误差。只有出现弧线段并且用有限个直线段去逼近它时,才会产生计算误差。

在估计理论误差时,假定把截面中全部小弧段串联起来,组成一个半径为 r 的圆,则当用一内接 n 边形去逼近它时,面积相对误差为:

$$\delta = \frac{\pi r^2 - \frac{n}{2} r^2 \sin \frac{2\pi}{n}}{\pi r^2} = 1 - \frac{n}{2\pi} \sin \frac{2\pi}{n} \quad \dots\dots\dots (A1)$$

这也是任意弧段计算面积时的相对误差。

显然,当 n 足够大时, $\sin \frac{2\pi}{n} / \frac{2\pi}{n} \approx 1$, $\delta \approx 0$

A1.2 在实际应用中,对于弧长 l ,可将每毫米弧长分成 20 等分,则用折线代替弧线的直接误差估计为:

$$\delta = 1 - \frac{10l}{\pi} \cdot \sin \frac{\pi}{10l} \quad \dots\dots\dots (A2)$$

A1.3 因为弧线在整个截面轮廓中只占到一定比例,所以实际面积相对误差应该小于上述估计值。

A2 惯性矩误差

A2.1 如图 A1 所示,有以下关系:

$$\begin{aligned} J_{\text{三角形}} &= \frac{bh^3}{4} = \frac{1}{4} r^4 \sin \frac{2\pi}{n} \cdot \cos^2 \left(\frac{\pi}{n} \right) \\ J_{\text{扇形}} &= \frac{r^4}{4} \left(\alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha \right) = \frac{1}{4} r^4 \left(\frac{\pi}{n} + \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi}{n} \right) \\ J_{\text{三角形}}/J_{\text{扇形}} &= \frac{\frac{1}{4} r^4 \sin \frac{2\pi}{n} \cdot \cos^2 \left(\frac{\pi}{n} \right)}{\frac{1}{4} r^4 \left(\frac{\pi}{n} + \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi}{n} \right)} \end{aligned}$$

$$\text{即} \quad J_{\text{三角形}}/J_{\text{扇形}} = \frac{1 + \cos \frac{2\pi}{n}}{2\pi} \cdot \frac{n}{1 + \frac{2\pi}{\sin \frac{2\pi}{n}}} \quad \dots\dots\dots (A3)$$

显然,当 n 足够大时, $J_{\text{三角形}}/J_{\text{扇形}} \approx 1$

三角形与扇形惯性矩之相对误差: $\delta = 1 - J_{\text{三角形}}/J_{\text{扇形}} \approx 0$

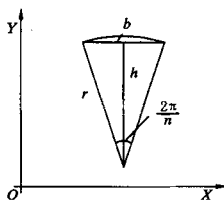


图 A1 扇形和三角形

A2.2 在实际应用中,对于弧长 l ,将每毫米弧长分割成 20 等分,则用折线代替弧线的直接误差估计为:

$$\delta = 1 - J_{\text{三角形}}/J_{\text{扇形}} = 1 - \frac{1 + \cos \frac{\pi}{10l}}{\frac{\pi}{1 + \frac{10l}{\sin \frac{\pi}{10l}}}} \quad \dots\dots\dots (A4)$$

A2.3 因为弧线在整个截面轮廓中只占到一定比例,所以实际面积相对误差应该小于上述估计值。